doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2022.06.011

## 基于奇异摄动法的固定翼无人机优化 PID 控制<sup>①</sup>

朱涵智② 梅 平③ 刘云平 赵中原 张婷婷

(南京信息工程大学自动化学院 南京 210044)(陆军工程大学指挥控制工程学院 南京 210017)

摘 要 为了提高固定翼无人机(UAV)飞行控制的精准性与响应速度,降低因固定翼非 线性系统耦合而造成的控制误差,提出了基于奇异摄动分解的固定翼无人机动力学建模 及控制方法。首先对固定翼无人机的速度和姿态进行动力学建模,采用小扰动理论将非 线性模型线性化。对于线性化处理后的固定翼无人机动力学模型,将速度、角度作为慢变 量,角速度作为快变量,转换为奇异摄动模型,再对奇异摄动模型进行快慢分解,得到两个 降阶子系统,即以线速度、角度为状态变量的慢子系统和以角速度为快变量的快子系统。 分别对快、慢子系统设计比例积分微分(PID)控制器,最后,用 Simulink 仿真验证了基于 快、慢分解的优化 PID 方法的可行性以及有效性。

关键词 固定翼无人机(UAV); 奇异摄动法; 比例积分微分(PID)控制; 动力学建模; 小扰动理论

## 0 引言

固定翼无人机(unmanned aerial vehicle,UAV) 因其巡航时间长、飞行范围广、使用成本低、信息感 知率强等优势,被广泛运用于巡逻侦察、电子干扰、 战场支援、森林灭火以及地形绘制等军民用领域。 由于以上优点,固定翼无人机被普遍认为是未来信 息化发展的重要平台。然而,不同于旋翼无人机运 动模型,固定翼无人机是典型的具有非完整线性约 束的运动体,其动力学模型具有阶次高、非线性强等 特性,且存在最大、最小空速以及最大航向角速度等 的限制<sup>[1]</sup>,同时风速的干扰是随机和时变的,对于 不同重量和不同重心的固定翼无人机,飞行姿态与 速度的控制效果也不尽相同,因此,固定翼无人机的 控制相较于旋翼等其他无人机控制更为复杂,控制 难度也更大。采用奇异摄动法能够降低系统阶次、 消除系统刚性问题。同时由于奇异摄动法的基础是 系统的时间尺度特性,因此它能够同时适用于线性 及非线性系统<sup>[2]</sup>。

目前,固定翼无人机控制方法主要有比例积分 微分(proportional integral derivative, PID)控制<sup>[34]</sup>、 自适应控制<sup>[5]</sup>、鲁棒控制<sup>[6]</sup>以及多种控制方法融合 等。对于固定翼飞行策略优化控制问题,众多国内 外优秀学者都有不同的见解、设计与实践。王力等 人<sup>[7]</sup>在设计固定翼控制方法时,引入了非线性干扰 观测器对复合干扰进行精确估计,同时设计自适应 二阶 PID 滑模控制器消除了切换控制引起的抖震现 象。宗群等人<sup>[5]</sup>针对固定翼无人机的姿态和速度 控制中存在不确定和外部扰动的问题,设计自适应 超螺旋滑模干扰观测器和控制器,从而实现固定翼 无人机对速度和姿态命令的有限时间精确跟踪。 Raza<sup>[8]</sup>等人利用输出反馈控制拓扑为非线性固定翼 模型设计鲁棒控制器并且引入不确定性对控制器和

① 国家自然科学基金(51875293)和江苏省自然科学基金青年基金(BK20200824)资助项目。

② 男,1996年生,硕士生;研究方向:固定翼无人机控制及编队;E-mail: zhuhanzhi@ outlook.com。
 ③ 通信作者,E-mail: 002099@ nuist.edu.cn。
 (收稿日期:2021-03-25)

观测器的鲁棒性进行了评估。以上各飞行优化方法 使得固定翼无人机在有外部气体扰动的情况下的飞 行姿态和速度控制响应时间和鲁棒性有了很大的提 高。然而,由于固定翼控制器的设计复杂性,上述优 化控制方法很难应用于实际飞行,当前应用较为广 泛的仍为传统 PID 控制器,因此,本文在传统 PID 控 制上采用奇异摄动方法进行优化,以提高系统的响 应速度和稳定性。

在系统理论与控制工程中,建模是一个基本问题。多数物理系统都含有快、慢动态耦合的现象。 早期对这类系统的处理方法是简单地忽略快变模态 从而降低系统的阶数,然而,大量事实证明,基于这 样的简化模型设计的控制效果往往与设计要求相距 甚远。奇异摄动方法是有效处理这类问题的工具。 其思想是首先忽略快变量以降低系统阶数,然后通 过引入边界层校正来提高近似程度。这两个降阶的 系统就可以用来近似原系统的动力学行为。文 献[9]指出在飞机的姿态控制中,角速度的变化远 远快于速度和角度,可以考虑将此类系统建为奇异 摄动模型。

针对传统 PID 控制无法使固定翼无人机达到较 好的控制效果,使用奇异摄动法进行固定翼无人机 PID 优化控制率设计。仿真结果表明,相较于传统 PID 控制方法,采用奇异摄动法进行快慢分解的双 闭环 PID 控制器能够保证线速度等慢变量响应不变 情况下,大大提高角速度等快变量的响应时间,更快 达到期望控制量。

1 固定翼无人机奇异摄动系统建模

#### 1.1 坐标系的建立与变换

运动中的固定翼飞机,其运动方程可以用独立 的一阶常微分方程组表示。由于方程组中包含相关 的空气动力、转动惯量等因素,纵向、横向和航向的 运动之间会发生耦合,为了有效地分离耦合变量且 简化非线性方程组,建立合适的坐标系是极其必要 的。

为了描述固定翼无人机的速度和姿态变化,本 文采用地面坐标系和机体坐标系来描述无人机的飞 行状态,并给出相应的变换矩阵。

在地面上选一点为地面坐标系原点 O,OR 轴指向正北,OS 轴指向正东并在地面上与 OR 轴垂直, OT 轴指向地心且与面 ORT 垂直,符合右手坐标系。 机体坐标系原点 o 位于固定翼无人机质心处,ox 轴 指向固定翼机头方向,oy 轴垂直于 ox 轴指向飞机右 侧,oz 轴垂直于 oxy 轴指向固定翼机腹,为右手坐标 系。坐标系示意图如图 1 所示。



图1 坐标系示意图

为建立固定翼无人机模型,现将各方向运动由 参数表示,参数及其含义见表1。

表1 机体坐标系下运动参数及其含义

参数名	x 轴	y 轴	z轴
线速度	и	v	W
角速度	р	q	r
气动力	X	Y	Ζ
气动力矩	L	М	N
转动惯量	$I_x$	$I_y$	$I_z$

同时,固定翼无人机的运动姿态和位置也能够 由地面坐标系相对于机体坐标系的角度变化和坐标 来确定。在地面坐标系下固定翼无人机的各参数及 其含义见表2。

表 2 地面坐标系下运动参数

参数名	R 轴	S 轴	T 轴
姿态角	∉滚转角	$\Theta$ 俯仰角	₩偏航角

## 1.2 固定翼无人机动力学建模

为减少不必要的干扰,简化无人机运动学方程 推导,本文将做出如下假设。

(1) 飞机为刚体,不会出现弹性形变,机身任意 两点距离相对不变,飞行时不受到外界干扰。

(2) 惯量积为0。

(3)忽略地球自转对飞机的影响,且重力加速 度 g 不随着飞机运动而改变。

可将非线性固定翼运动方程描述为

$$\dot{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{v} - \boldsymbol{q}\boldsymbol{w} + \frac{1}{m}(-mg\sin\Theta + \boldsymbol{X})$$

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{p}\boldsymbol{w} - \boldsymbol{r}\boldsymbol{u} + \frac{1}{m}(mg\cos\Theta\sin\Phi + \boldsymbol{Y})$$

$$\dot{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{q}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{p}\boldsymbol{v} + \frac{1}{m}(mg\cos\Theta\cos\Phi + \boldsymbol{Z})$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{I_x}[(I_y - I_z)\boldsymbol{q}\boldsymbol{r} + \boldsymbol{L}]$$

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{I_y}[(I_z - I_x)\boldsymbol{p}\boldsymbol{r} + \boldsymbol{M}]$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \frac{1}{I_z}[(I_x - I_y)\boldsymbol{p}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{N}]$$

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{q}\sin\Phi\tan\Theta + \boldsymbol{r}\cos\Phi\tan\Theta$$

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{q}\cos\Phi - \boldsymbol{r}\sin\Phi$$
(1)

 $\dot{\Psi} = (q\sin\Phi + r\cos\Phi)\sec\Theta$ 

采用小扰动理论<sup>[10]</sup>可将方程组线性化处理,其 理论简化步骤如下。

(1)将式(1)中所有变量表示为基准值与扰动 值之和,对于构造对称的飞机在水平飞行无干扰情况下,设定横、航向基准值为0。

(2) 选定无角速度的对称基准飞行状态(水平 飞行),使得 $v_0 = w_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \Phi_0 = 0$ ,并定义  $u_0$  为基准的飞行速度, $\theta_0$  为航迹角。

(3) 假设所有干扰量都很小,其时间导数也很 小。角度余弦值可视为1,正弦值为0。

可获得以扰动增量为变量的线性方程组:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{u}} = -g\theta\cos\theta_{0} + \frac{1}{m}\boldsymbol{X} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = -u_{0}\boldsymbol{r} + g\boldsymbol{\Phi}\cos\theta_{0} + \frac{1}{m}\boldsymbol{Y} \\ \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{q}u_{0} - g\theta\sin\theta_{0} + \frac{1}{m}\boldsymbol{Z} \\ \dot{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{q}u_{0} - g\theta\sin\theta_{0} + \frac{1}{m}\boldsymbol{Z} \\ \dot{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{I_{x}}\boldsymbol{L} \\ \dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{I_{x}}\boldsymbol{M} \\ \dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{I_{y}}\boldsymbol{M} \\ \dot{\boldsymbol{r}} = \frac{1}{I_{z}}N \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r}\tan\theta_{0} \\ \dot{\boldsymbol{\psi}} = \boldsymbol{r}\sec\theta \end{cases}$$

$$(2)$$

气动力与气动力矩的表达式如下,其中包含了 系统产生的推力与力矩:

$$\begin{cases} \boldsymbol{X} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} \boldsymbol{C}_{D} \\ \boldsymbol{Y} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} \boldsymbol{C}_{Y} \\ \boldsymbol{Z} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} \boldsymbol{C}_{L} \\ \boldsymbol{L} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} b \boldsymbol{C}_{l} \\ \boldsymbol{M} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} b \boldsymbol{C}_{m} \\ \boldsymbol{N} = \frac{1}{2} \rho v_{\mathrm{T}}^{2} S_{a} b \boldsymbol{C}_{n} \end{cases}$$
(3)

其中 $\rho$ 为空气密度, $\theta_0$ 为俯仰角基准值, $v_T$ 为基准 速度(在小扰动线性化后即为 $u_0$ ), $S_a$ 为机翼面积,b为机翼长度, $C_{(D,Y,L,l,n,m)}$ 为空气动力系数,通常由 实验测得,其计算方式可参考文献[11]。

## 1.3 奇异摄动模型建立

为满足奇异摄动法进行快慢分解的要求,可将 各变量表示为矩阵与行列式形式,其表示方法如式 (4)所示。

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = [\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Psi}]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{z} = [\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(4)

由式(2)可将固定翼动力学模型表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{z} + \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}_1(t) \\ \dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}_2(t) \end{cases}$$
(5)

— 649 —

其中

$$F_{1}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{(\rho \, u_{0}^{2} S_{a} C_{y_{p}})}{2m} & 0 & \frac{(\rho \, u_{0}^{2} S_{a} C_{y_{r}})}{2m} - u_{0} \\ 0 & u_{0} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \tan\theta_{0} \\ 0 & 0 & \sec\theta \end{bmatrix}$$

$$f_{1}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -g\theta\cos\theta_{0} + \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} C_{Da}}{2m} \tan^{-1} \frac{\mathbf{w}}{u} \\ g\Phi\cos\theta_{0} - \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} C_{yg}}{2m} \sin^{-1} \frac{\mathbf{v}}{u_{0}} \\ -g\theta\sin\theta_{0} + \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} C_{Ia}}{2m} \tan^{-1} \frac{\mathbf{w}}{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ip}}{2I_{x}} & 0 & \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ir}}{2I_{x}} \\ 0 & \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{mq}}{2I_{y}} & 0 \\ \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ip}}{2I_{z}} & 0 & \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ir}}{2I_{z}} \end{bmatrix}$$

$$f_{2}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ip}}{2I_{y}} & 0 & \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{mr}}{2I_{y}} \\ \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{ip}}{2I_{y}} & 0 & \frac{\rho \, u_{0}^{2} S_{a} b C_{mr}}{2I_{z}} \end{bmatrix}$$

 $u_1$ 、 $u_2$ 为控制量。

奇异摄动系统是带有小参数  $\varepsilon$  的系统,时标分 解法在奇异摄动分解领域具有重要的作用。其原理 为假设一个整体能够分解为快变化(非主导因素) 和慢变化(主导因素)的系统。快子系统较于慢子 系统的变化速率更快,达到稳定时所采用的时间也 更少。引入小参数  $\varepsilon(0 < \varepsilon < 1)$ , 令 $z = \varepsilon z_1$ , 可将 式(5)表示为<sup>[12]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{z}_1 + \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}_1(t) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \boldsymbol{G}\boldsymbol{z}_1 + \boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}_2(t) \end{cases}$$
(6)

式(6)即为固定翼无人机的奇异摄动模型,其 - 650 --  $\label{eq:relation} \ensuremath{\oplus} \ensuremath{\boldsymbol{F}}(\ensuremath{\boldsymbol{x}}) \ = \ensuremath{\boldsymbol{\varepsilon}} \ensuremath{\boldsymbol{F}}_1(\ensuremath{\boldsymbol{x}}) \ , \ensuremath{\boldsymbol{G}} \ = \ensuremath{\boldsymbol{\varepsilon}} \ensuremath{\boldsymbol{B}}_{\circ}$ 

## 1.4 快慢子系统分解

奇异摄动方法能够根据不同的时间尺度,将系 统分解为快子系统与慢子系统,对两个降阶子系统 分别设计控制器以达到预期的控制目标。

显然可见常矩阵 G 为可逆矩阵,假设慢子系统的时间尺度为 t,输入为  $u_{2s}(t)$ ,则令  $\varepsilon = 0$ ,则由式(6)可求得降阶慢子系统:

 $z_{1s} = -G^{-1}(f_2(x_s) + u_{2s}(t))$ (7) 将式(7)代入式(6)可得:

$$\dot{\mathbf{x}}_{s} = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}(\mathbf{x}_{s})\mathbf{G}^{-1}\mathbf{f}_{2}(\mathbf{x}_{s}) + \mathbf{f}_{1}(\mathbf{x}_{s}) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1s}(t) - \mathbf{F}(\mathbf{x}_{s})\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}_{2s}(t) \end{bmatrix}$$
(8)  
式(8)即为慢子系统数学模型。

由于 $z_1 = z_{1s} + z_{1f}, u_2 = u_{2s} + u_{2f}$ ,在新的时间尺度 $\tau(\tau = \frac{t}{\varepsilon})$ 下,能够近似认为慢变量保持不变,即 $\varepsilon \dot{z}_{1s} = 0$ ,将式(7)代入下式:

$$\varepsilon(\mathbf{z}_{1s} + \mathbf{z}_{1f}) = \mathbf{G}(\mathbf{z}_{1s} + \mathbf{z}_{1f}) + \mathbf{f}_{2}(\mathbf{x}_{s}) \\ + [\mathbf{u}_{2s}(t) + \mathbf{u}_{2f}(t)]$$
(9)

可求得快子系统的数学模型为

$$\dot{z_{1f}} = G z_{1f} + u_{2f}(t)$$
 (10)

综上,式(8)、(10)构成了固定翼无人机的快慢 子系统分解模型,其中 x 为线速度与姿态角向量,z 为角速度向量。

## 2 优化 PID 控制

## 2.1 传统 PID 控制方法

传统的 PID 控制方法所控制的对象通常为期望 输出  $u_0(t)$  与实际输出 y(t) 的差值 e(t),即:

$$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{u}_0(t) - \boldsymbol{y}(t) \tag{11}$$

传统 PID 控制方法将 e(t) 作为控制目标,通过 比例(P)、积分(I)、微分(D) 3 个控制过程进行累加,从而得到控制量 u(t),即:

$$\boldsymbol{u}(t) = K_{p}\boldsymbol{e}(t) + K_{I}\int_{0}^{t}\boldsymbol{e}(t) dt + K_{D} \frac{d\boldsymbol{e}(t)}{dt}$$
(12)

然而,在固定翼模型使用传统 PID 控制时,其对 角速度等快变量的变化控制较为迟缓,调整时间过 长,从而影响飞机舵机的调节能力,导致飞机稳定性 变差。

## 2.2 基于奇异摄动的 PID 优化控制

本设计采用奇异摄动时标分解方法,将固定翼 无人机的系统飞行控制问题转化为不同的回路,分 别设计控制器,此方法能够大大提高快系统回路的 相应速度,同时提高各回路的控制精确性,其系统结 构图如图2所示。



图 2 基于奇异摄动的优化方法结构框图

首先,将原方程按照变化速率分解为快慢子系统,从而针对快子系统z(t)与慢子系统x(t)采用奇 异摄动方法求得近似解 $x_s(t)$ 与 $z_f(t)$ 。接着,根据 求得的快慢系统近似解分别设计相应的 PID 控制 器,从而实现对无人机系统的优化控制。

针对式(8)所表示的慢子系统模型,设计对应的 PID 控制量  $u_1(t)$ :

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_{1}(t) = K_{sp}\boldsymbol{e}_{s}(t) + K_{si}\int_{0}^{t}\boldsymbol{e}_{s}(t) dt + K_{sd} \frac{d\boldsymbol{e}_{s}(t)}{dt} \\ \boldsymbol{e}_{s}(t) = \boldsymbol{u}_{0s}(t) - \boldsymbol{x}_{s}(t) \end{cases}$$
(13)

其中,  $K_{sp}$ 、 $K_{si}$ 、 $K_{sd}$ 分别为慢子系统的 P(比例)I(积 分)D(微分)系数,  $e_s(t)$ 为输出误差,  $u_s(t)$ 为系统 控制量,  $u_{0s}(t)$ 为慢系统输入期望值,  $x_s(t)$ 为慢子 系统输出。

同理,针对式(11)能够设计快子系统控制量:

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_{2}(t) = K_{fp}\boldsymbol{e}_{f}(t) + K_{fi}\int_{0}^{t}\boldsymbol{e}_{f}(t) dt + K_{fd} \frac{d\boldsymbol{e}_{f}(t)}{dt} \\ \boldsymbol{e}_{f}(t) = \boldsymbol{u}_{0f}(t) - \boldsymbol{z}_{f}(t) \end{cases}$$
(14)

对式(6)设计原系统 PID 控制方法,其中:

$$\begin{cases} K_{P} = K_{sp} + K_{fp} \\ K_{I} = K_{si} + K_{fi} \\ K_{D} = K_{sd} + K_{fd} \end{cases}$$
(15)

即可求得固定翼无人机的奇异摄动控制优化 PID 控制模型。 3 仿真与分析

由文献[11]可获得固定翼无人机的质量、翼 展、面积等数据,再由其风洞实验可获得对应固定翼 无人机的气动力参数等数据。

本文所做的仿真实验在 Simulink 中运行,仿真 目标是实现对机体坐标系下 *x* 轴的线速度和角速度 进行控制,同时观测其在三维坐标系下的运动轨迹 变化曲线。其中所涉及的参数及其数值如表 3 所 示。

表 3 仿真相关参数

m	b	S	$I_x$	$I_y$
20.64	1.96	1.37	1.6073	7.5085
$I_z$	$C_{Dlpha}$	$C_{L\alpha}$	$C_{m\alpha}$	$C_{_{mq}}$
7.1865	0.382	6.947	-0.707	-1.713
$C_{Y\!eta}$	$C_{_{Yp}}$	$C_{Yr}$	$C_{leta}$	$C_{lp}$
0.271	4.275	-0.317	-0.367	-1.662
$C_{lr}$	$C_{n\beta}$	$C_{np}$	$C_{nr}$	ε
0.195	0.110	-0.184	-0.575	0.01
$u_0$	$\boldsymbol{\varTheta}_{0}$	g	ho	
10	0.1	9.8	1.293	

设置期望线速度为 30 m/s,角速度为 3 r/s,将 参数代入式(7)可获得具体的快慢子系统,对快慢 子系统分别做 PID 控制器设计,在保证快慢子系统

-651 -

分别得到良好的控制情况下,获得的相应 PID 参数 为

$$\begin{cases} K_{sP} = 10, K_{sI} = 1, K_{sD} = 0\\ K_{pP} = 3, K_{pI} = 1, K_{pD} = 0 \end{cases}$$
(16)

整合快慢子系统控制方法,分别得到快慢系统 以及原系统控制率为

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_{1}(t) = 10\boldsymbol{e}(t) + \int_{0}^{t} \boldsymbol{e}(t) dt + 0 \frac{d\boldsymbol{e}(t)}{dt} \\ \boldsymbol{u}_{2}(t) = 3\boldsymbol{e}(t) + \int_{0}^{t} \boldsymbol{e}(t) dt + 0 \frac{d\boldsymbol{e}(t)}{dt} \\ \boldsymbol{u}(t) = 13\boldsymbol{e}(t) + 2\int_{0}^{t} \boldsymbol{e}(t) dt + 0 \frac{d\boldsymbol{e}(t)}{dt} \end{cases}$$
(17)

将式(6)在 Simulink 中进行仿真得到基于奇异 摄动法的 PID 优化模型(singularly perturbed PID control method, SP)并与传统 PID 控制方法(traditional PID control method, TP)进行比较,得出的控制 效果如图 3 所示。

图 3 为在固定翼无人机系统中加入 TP 与 SP 算 法所得到的系统 x 轴线速度输出曲线。可以看到, 采用 SP 控制算法能够达到与 TP 控制方法近乎相 同的控制效果,都能够很快地达到稳态,并且其稳定 时间与超调量都能够得到较为优异的控制。此验证 说明对于慢子系统的优化控制,基于奇异摄动的优 化方法能够达到与目前常用的 PID 算法一样优异, 对于角速度等快子系统的优化,其控制效果更优,如 图 4 所示。

图4(a)所示为 TP 方法输出的 *x* 轴角速度曲线, 图 4(b)为 SP 控制方法输出的角速度曲线,图 4(c) 为两种方法输出对比曲线。由图可得,对于快变系 统的控制,传统 PID 方法的跳变量较小,所需的调节 时间过长,无法快速地达到期望值;这是由于奇异摄 动法未忽略快子系统变化,而是单独考虑快子系统 的控制方法而造成的。因此,经奇异摄动方法优化 后的 PID 控制能够在极短的时间内完成接近期望值 的阶跃变化,同时能够极大地缩小调节时间,其对于 角速度等快变量的控制效果要远高于传统 PID。为 验证 SP 优化后的固定翼位置变化稳定性,本实验 设置期望以 *x* 轴线速度 30 m/s,*z* 轴线速度 10 m/s 爬升 5 s 后保持平飞。图 5(a)为设定的仿真 15 s 的 固定翼速度变化轨迹,图 5(b)为固定翼三轴位置变 化轨迹。



由图 5 可以看出,固定翼无人机在爬升阶段与 平飞阶段能够保持较为平滑的线段,其飞行误差在 运动中近似接近于0。此仿真表明本优化方法能够 较好地控制固定翼无人机的飞行速度及姿态,对于 位置控制也较为精确,相较于传统的固定翼控制方 法,其理论有效性和先进性得到了证实。





4 结论

本文针对固定翼无人机进行了动力学建模,后 采用奇异摄动法和 PID 控制方法设计了固定翼无人 机的奇异摄动优化 PID 方法,并与传统 PID 控制方 法进行对比,实现了对固定翼无人机线速度与角速 度输出的控制优化。仿真结果表明,对于线速度和 角度等慢变量,奇异摄动优化 PID 方法能够做到与 传统 PID 相同较为优异的控制效果;对于角速度等 快变量,奇异摄动优化 PID 方法能够达到更快的响 应速度与更少的调节时间,其对于快变量的控制效 果远远好于传统 PID 控制方法。对于位置于姿态变 化,本文方法能够进行有效的跟踪控制,同时减少控 制时间,增加控制精度。

#### 参考文献

- [1] WANG X K, SHEN L C, LIU Z H, et al. Coordinated flight control of miniature fixed-wing UAV swarms: methods and experiments[J]. Science China: Information Sciences, 2019, 62(11): 212204
- [2] 戴诗正. 奇异摄动理论[J]. 系统工程与电子技术, 1988, (2):1-12
- [3]董守田,杨利红,康成吉,等.固定翼无人机姿态控制 及仿真[J].东北农业大学学报,2015(9):87-92
- [4] 姜杨,魏再民. 某型无人机运动学建模与分析[J]. 宇 航计测技术, 2013(6):50-53
- [5] 宗群,张睿隆,董琦,等.固定翼无人机自适应滑模控制[J].哈尔滨工业大学学报,2018,50(9):147-155
- [6] 王新民,肖亚辉,邓婉,等. 某型固定翼飞机协调转弯
   鲁棒控制律设计[J].北京航空航天大学学报,2011, 37(7):762-765
- [7] 王力, 祁浩然, 穆东旭, 等. 固定翼无人机的二阶 PID 滑模控制方法[J]. 计算机仿真, 2019,36(4):39-43
- [8] RAZA A, MALIK F M, KHAN R, et al. Robust output

feedback control of fixed-wing aircraft [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2020: doi:10.1108/ AEAT-04-2020-0067

- [9] XU J, CAI C X, LI Y Q, et al. Dual-loop path tracking and control for quad-rotor miniature unmanned aerial vehicles [J]. Control Theory and Applications, 2015, 32 (10): 1335-1342
- [10] BLOCKLEY R, SHYY W. 飞行器设计[M]. 刘莉,昂 海松,熊克,等译. 北京:北京理工大学出版社, 2016: 323-324
- [11] PHILLIPS K, CAMPA G, GURURAJAN S, et al. Parameter identification for application within a fault-tolerant flight control system[C] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Chicago, USA, 2009: 5723
- [12] LEÓN-MORALES J D, ALVAREZ-LEAL J G, CASTRO-LINARES R, et al. Speed and position control of a flexible joint robot manipulator via a nonlinear control-observer scheme[J]. *International Journal of Control*, 2001,74 (3):290-302

# Optimize PID control of fixed-wing UAV based on singular perturbation method

ZHU Hanzhi, MEI Ping, LIU Yunping, ZHAO Zhongyuan, ZHANG Tingting

(School of Automation, Nanjing University of Informantion Science and Technology, Nanjing 210044)

(College of Command and Control Engineering, Army Engineering University of PLA, Nanjing 210017)

### Abstract

In order to improve the accuracy and response speed of fixed-wing unmanned aerial vehicle (UAV) and reduce the control error caused by the nonlinear system coupling, this paper proposes a dynamic modeling and control method for fixed-wing UAVs based on singular perturbation. First, the velocity and posture of the fixed-wing UAV are modeled, and the nonlinear model is linearized by using the small perturbation theory. Then the model is transformed into singularly perturbed model with linear velocity and posture as slow varables and angular velocity as fast varables. To get two subsystens, the singularly perturbed model should be decomposed into the slow subsystem with linear velocity angle as the state variable and the fast subsystem with angular velocity as the fast variable. The proportional integral derivative (PID) controls of the fast and slow subsystems are designed respectively. Finally, the feasibility and effectiveness of the PID optimization method based on fast and slow decomposition are verified by Simulink simulation.

**Key words**: fixed-wing unmanned aerial vehicle (UAV), singular perturbation, proportional integral derivative (PID) control, dynamic modeling, small perturbation theory