

具有死区输入的非参数不确定系统误差跟踪迭代学习控制^①陈凯杰^② 施卉辉 陈 强^③

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘要 本文针对一类具有非对称死区输入的非参数不确定系统设计了一种误差跟踪迭代学习控制(ILC)算法。首先,构造一种新型的期望误差轨迹放宽经典迭代学习控制的初值一致条件。其次,利用微分中值定理将非对称死区转换为线性形式,并利用径向基函数(RBF)神经网络对系统不确定性和死区参数进行估计和补偿。在此基础上,设计误差跟踪迭代学习控制器和组合自适应律,实现系统在指定区间对期望轨迹的高精度跟踪。最后,基于 Lyapunov-Like 理论进行稳定性分析,并通过仿真验证了本文所提方法的有效性。

关键词 迭代学习控制(ILC); 误差跟踪; 非对称死区; 组合自适应律; 非参数不确定系统

0 引言

迭代学习控制(iterative learning control, ILC)对于有限区间内的重复跟踪问题有着良好的控制性能。早期的迭代学习控制方法主要包括 P 型、D 型等学习算法^[1-3],利用压缩映射进行收敛性分析,但往往要求满足全局 Lipschitz 条件。基于 Lyapunov-Like 的迭代学习控制算法^[4-6]引起了大家的关注,该方法不但不受全局 Lipschitz 条件限制,并且能更充分地利用已知系统信息。

传统 ILC 方法往往要求系统满足初值一致条件^[7-8],即系统状态初值与期望轨迹初值严格一致。但是,在系统实际运行过程中,由于建模的不确定性、环境因素影响和机械精度不足等原因,系统初值一致条件不能被满足。文献[9]利用状态初值设计误差函数和时变边界层函数,并利用时变边界层的衰减特性,实现系统误差的渐近收敛。文献[10]讨论了 ILC 中的 5 种初值情况并提出了修正期望轨迹方法,利用系统初值和期望轨迹设置过渡轨迹,保证系统初值与修正后的期望轨迹初值一致。文献[11]

提出了误差跟踪方法,通过设计期望误差轨迹和迭代学习控制器,保证误差轨迹沿预设的期望误差轨迹收敛。误差跟踪方法避免了对期望轨迹的依赖,当期望轨迹发生变化时,期望误差轨迹的形式不发生改变。此外,对于接入点的位置和导数可以简单设置为 0,减小了计算量。文献[12]利用定积分的起始点为 0 的特点,构造了积分形式的期望误差轨迹。文献[13]把误差跟踪方法推广到更加一般的非线性严格反馈系统,使得系统误差沿着预设的误差期望轨迹收敛到零附近一个很小的邻域内。

死区是一种很常见的非线性环节,比如对于直流电机、伺服阀等,死区的存在会降低控制精度,限制控制性能,对控制设计增加难度。逆模型补偿^[14]通过直接加入死区的逆模型,从而抵消死区的影响。文献[15]将线性死区扩展到了非对称的死区,并设计一种自适应补偿算法,实现对期望轨迹的精确跟踪。文献[16]针对一类具有非对称致动器死区的多输入多输出系统,提出了一种新型的近似模型,并设计鲁棒自适应律,实现误差渐近收敛。文献[17]针对带有死区输入非严格反馈系统,提出一种有限

① 国家自然科学基金面上项目(61973274),浙江省自然科学基金(LY17F030018)和高端装备先进感知与智能控制教育部重点实验室开放课题(GDSC202010)资助项目。

② 男,1995年生,硕士生;研究方向:迭代学习控制理论研究;E-mail: 764170312@qq.com。

③ 通信作者,E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn。

(收稿日期:2021-03-04)

时间在线最优跟踪控制算法,实现跟踪误差的有限时间收敛。但是,当系统为有限区间非参数不确定系统时,单一自适应难以实现高精度的跟踪控制。因此,本文采用迭代学习控制,通过迭代学习进一步提高精度。

基于上述讨论,本文针对具有非对称死区输入的非参数不确定系统,提出一种误差跟踪迭代学习控制算法,在指定区间内实现对期望轨迹的高精度跟踪。利用中值定理将非对称死区转换为线性形式,并利用径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络对系统的不确定性进行逼近。针对 ILC 初值问题,设计新型期望误差轨迹,使得系统迭代初始值可任意设置,放宽经典 ILC 的初值一致条件。此外,本文基于 Lyapunov-Like 理论,构造迭代学习控制器和组合自适应律,实现跟踪误差沿预设的期望误差轨迹收敛到 0 的邻域附近。

1 问题的提出和预备知识

1.1 问题的提出

考虑一类具有非对称死区输入的非参数不确定系统,其表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,k} = x_{2,k} \\ \dot{x}_{2,k} = f(\mathbf{x}_k) + b \cdot D(v_k(t)) \\ y_k = x_{1,k} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $k(k = 0, 1, 2, \dots)$ 表示迭代次数, $t \in [0, T]$ 表示运行时间, T 为迭代长度, $\mathbf{x}_k = [x_{1,k}, x_{2,k}]^T \in \mathbf{R}^2$ 表示系统状态, $f(\mathbf{x})$ 为未知光滑但有界的非线性函数, $f(\mathbf{x})$ 反映了系统中的非参数不确定性, b 表示未知的常数控制增益且满足 $b > 0$, $y_k \in R$ 表示系统输出, $v_k = v_k(t) \in R$ 表示系统控制输入, $D(v_k)$ 表示非对称死区环节,其模型具体为

$$D(v_k) = \begin{cases} m_r(v_k) & b_r \leq v_k \\ 0 & b_l < v_k < b_r \\ m_l(v_k) & v_k \leq b_l \end{cases} \quad (2)$$

其中, $m_r(v_k)$ 和 $m_l(v_k)$ 表示未知且光滑的非线性函数, $b_r > 0$ 和 $b_l < 0$ 为常数,表示未知的死区宽度。如图 1 所示。

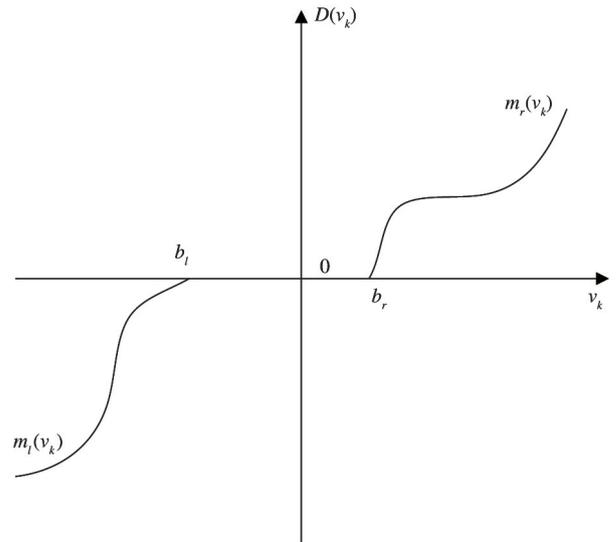


图 1 非对称死区

本文控制目标是针对具有非对称死区输入的非参数系统式(1),设计误差跟踪迭代学习控制器 v_k ,使得当迭代次数 k 趋向无穷时,在任意初态下,实现系统输出 $x_{1,k}$ 对期望轨迹 x_d 的高精度跟踪。

1.2 预备知识

RBF 神经网络对未知的光滑非线性函数有良好的逼近作用,因此 RBF 神经网络经常被用于估计光滑的非线性函数。对于任意光滑的未知函数 $h(x)$, 存在一个神经网络使得

$$h(x) = \mathbf{W}^* \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{X}) + \varepsilon \quad (3)$$

其中, $\mathbf{X} \in \Omega_Z$ 为输入向量, $\Omega_Z \in R$ 为一紧致子集, ε 为逼近误差,存在一个正常数 ε_N , 满足 $|\varepsilon| \leq \varepsilon_N$; $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{X}) = [\phi_1(\mathbf{X}), \dots, \phi_l(\mathbf{X})]^T \in \mathbf{R}^l$ 为神经网络的基函数, $l(l > 1)$ 为神经网络的节点数; $\mathbf{W}^* \in \mathbf{R}^l$ 为理想权重矩阵,定义为

$$\mathbf{W}^* = \arg \min_{\mathbf{W} \in \mathbf{R}^l} \left\{ \sup_{\mathbf{X} \in \Omega_Z} |G(\mathbf{X}) - \mathbf{W}^T \boldsymbol{\phi}(\mathbf{X})| \right\} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^l$ 为权重矩阵,选择高斯函数

$$\phi_i(\mathbf{X}) = e^{-\frac{(\mathbf{X}-w_i)^T(\mathbf{X}-w_i)}{\eta_i^2}}, i = 1, \dots, l \quad (5)$$

其中, w_i 为中心点, η_i 表示宽度。

2 误差跟踪迭代学习控制

2.1 误差定义与系统转换

定义跟踪误差如式(6)所示。

$$e_{1,k} = x_{1,k} - x_d \quad (6)$$

$$e_{2,k} = x_{2,k} - \dot{x}_d$$

其中, x_d 表示期望输出轨迹, \dot{x}_d 表示期望轨迹的一阶导数。

根据跟踪误差的定义,将系统式(1)转换为误差形式:

$$\begin{cases} \dot{e}_{1,k} = e_{2,k} \\ \dot{e}_{2,k} = f(x_k) + b \cdot D(v_k(t)) - \ddot{x}_d \end{cases} \quad (7)$$

其中 \ddot{x}_d 表示期望轨迹的二阶导数。

在进行控制器设计和稳定性分析之前,需要对死区环节进行如下假设。

假设 1 函数 $m_l(v_k)$ 和 $m_r(v_k)$ 光滑且存在未知的正常数 m_{l0} 、 m_{l1} 、 m_{r0} 和 m_{r1} , 使得

$$0 < m_{l0} \leq m'_l(v_k) \leq m_{l1} \quad \forall v_k \in (-\infty, b_l) \quad (8)$$

$$0 < m_{r0} \leq m'_r(v_k) \leq m_{r1} \quad \forall v_k \in (b_r, +\infty) \quad (9)$$

其中, $m_l(b_l) = m_r(b_r) = 0$, $m'_l(v_k) = \left. \frac{dm_l(v_k)}{dz} \right|_{z=v_k}$, $m'_r(v_k) = \left. \frac{dm_r(v_k)}{dz} \right|_{z=v_k}$ 。

考虑到 $m_l(b_l) = m_r(b_r) = 0$, 根据微分中值定理,非对称死区环节式(2)可以重写为

$$D(v_k) = m_k v_k + d_k \quad (10)$$

其中,

$$m_k = m_{l,k}(v_k) + m_{r,k}(v_k) \quad (11)$$

$$m_{r,k}(v_k) = \begin{cases} m'_r(\xi_r) & b_l < v_k \\ 0 & v_k \leq b_l \end{cases} \quad (12)$$

$$m_{l,k}(v_k) = \begin{cases} 0 & b_r < v_k \\ m'_l(\xi_l) & v_k \leq b_r \end{cases} \quad (13)$$

$$d_k = \begin{cases} -m'_r(\xi_r)b_r & b_r \leq v_k \\ -[m'_r(\xi_r) + m'_l(\xi_l)]v_k & b_l < v_k < b_r \\ -m'_l(\xi_l)b_l & v_k \leq b_l \end{cases} \quad (14)$$

当 $b_l < v_k < b_r$ 时, $\xi_r \in (v_k, b_r)$, $\xi_l \in (b_l, v_k)$; 当 $v_k \leq b_l$ 时, $\xi_l \in (v_k, b_l)$; 当 $v_k \geq b_r$ 时, $\xi_r \in (b_r, v_k)$ 。

根据假设 1 和式(10)~(14),可以证明时变参数 m_k 和 d_k 的有界性。

$$m_0 = \min\{m_{l0}, m_{r0}\} \leq m_k \leq m_{l1} + m_{r1} \quad (15)$$

$$|d_k| \leq d_N = (m_{l1} + m_{r1}) \max\{b_r - b_l\} \quad (16)$$

由此,可以将式(7)进一步写成

$$\begin{cases} \dot{e}_{1,k} = e_{2,k} \\ \dot{e}_{2,k} = f(x_k) - \ddot{x}_d + b \cdot (m_k v_k + d_k) \end{cases} \quad (17)$$

注 1 当 $-b_l = b_r$, $m_l(v_k)$ 和 $m_r(v_k)$ 为常数时,非对称死区环节式(2)表示为传统的对称线性死区。因此,非对称死区更具有代表性,对非对称死区进行研究具有理论意义。

2.2 期望误差轨迹设计

传统的迭代学习控制器设计需要系统满足初值一致条件^[6-7],具体为

$$x_{1,k}(0) = x_d(0) \quad (18)$$

$$x_{2,k}(0) = \dot{x}_d(0)$$

式(18)需要在每次迭代中都要恒成立,即对 $\forall k$ 成立。但是,系统在实际运行过程中,由于建模的不确定性、外部干扰、机械精度等原因,导致条件式(18)不能在任意次迭代中恒成立。

因此,本文设计了一种新型的期望误差轨迹,有效避免了条件式(18)的限制,表达式如式(19)所示。

$$e_{1,k}^*(t) = \begin{cases} [e_{1,k}(0) + t \cdot e_{2,k}(0)]\rho(t) & t \in [0, \Delta] \\ 0 & t \in (\Delta, T) \end{cases} \quad (19)$$

其中, $\rho(t) = \frac{10(\Delta - t)^3}{\Delta^3} - \frac{15(\Delta - t)^4}{\Delta^4} +$

$\frac{6(\Delta - t)^5}{\Delta^5}$, Δ 表示接入点时刻,为了方便描述,后文

用 $e_{1,k}^*$ 表示 $e_{1,k}^*(t)$, 如图 2 所示。

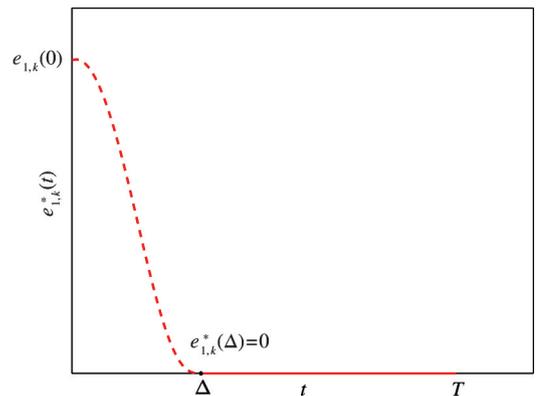


图 2 期望误差轨迹

期望误差轨迹式(19)满足下列等式性质:

$$e_{1,k}^*(0) = e_{1,k}(0) \quad e_{1,k}^*(\Delta) = 0 \quad (20)$$

$$\dot{e}_{1,k}^*(0) = \dot{e}_{2,k}(0) \quad \dot{e}_{1,k}^*(\Delta) = 0 \quad (21)$$

式(19)的构造只需要知道系统的误差初值 $e_{1,k}(0)$ 及其导数的初值 $e_{2,k}$ 两个信息,此外,接入点 ($t = \Delta$) 的导数设置为 0,简化了期望误差轨迹接入点时刻的导数信息。由于期望误差轨迹的设置与期望轨迹 x_d 无关,因此对于不同的期望轨迹,期望误差轨迹的形式无需改变。

图 2 反映了期望误差轨迹的变化情况。当误差轨迹跟踪上期望误差轨迹时,由于期望误差轨迹在 $[\Delta, T]$ 为 0 误差轨迹,因此状态轨迹能在指定区间 $[\Delta, T]$ 实现对期望轨迹的高精度跟踪。对比式(18)和式(19),可以发现传统迭代学习控制中是对系统状态初值进行限制,而本文所提方法是通过限制期望误差轨迹来避免限制系统状态初值。期望误差轨迹可以随迭代变化,而系统状态初值的精确重置由于环境因素难以保证。

2.3 误差跟踪迭代学习控制设计

定义 $z_{1,k} = e_{1,k} - e_{1,k}^*$

构造 Lyapunov 函数:

$$V_{1,k} = \frac{1}{2} z_{1,k}^2 \quad (22)$$

对式(22)求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1,k} &= z_{1,k} \dot{z}_{1,k} = z_{1,k} (e_{2,k} - \dot{e}_{1,k}^*) \\ &= z_{1,k} (z_{2,k} + \alpha_k - \dot{e}_{1,k}^*) \end{aligned} \quad (23)$$

其中, $z_{2,k} = e_{2,k} - \alpha_k$, α_k 表示虚拟控制器。

设计虚拟控制器为

$$\alpha_k = -c_1 z_{1,k} + \dot{e}_{1,k}^* \quad (24)$$

其中, $c_1 > 0$ 为正常数。

把式(24)代入式(23),得到:

$$\dot{V}_{1,k} = -c_1 z_{1,k}^2 + z_{1,k} z_{2,k} \quad (25)$$

构造第 2 个 Lyapunov 函数:

$$V_{2,k} = \frac{1}{2bm_0} z_{2,k}^2 + \frac{1-\lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_k^2 \quad (26)$$

其中, λ 为满足 $0 \leq \lambda < 1$ 的正常数, β 为满足 $\beta > 0$ 的正常数, $\tilde{\theta}_k = \hat{\theta}_k - \theta^*$, $\hat{\theta}_k$ 表示对 θ^* 的估计值, θ^* 为期望值,具体表达式在后文给出。

对式(26)求导,得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2,k} &= \frac{1}{bm_0} z_{2,k} \dot{z}_{2,k} + \frac{1-\lambda}{\beta} \tilde{\theta}_k \dot{\hat{\theta}}_k \\ &= z_{2,k} h_k + \frac{z_{2,k}}{m_0} (m_k v_k + d_k) + \frac{1-\lambda}{\beta} \tilde{\theta}_k \dot{\hat{\theta}}_k \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $h_k = \frac{1}{bm_0} [f(x_k) - \ddot{x}_d - \dot{\alpha}_k]$ 。

利用神经网络逼近不确定函数 h_k , 得到:

$$h_k = \mathbf{W}^* \mathbf{\Phi}_k(\mathbf{X}) + \varepsilon_k \quad (28)$$

对 $z_{2,k} h_k$, 由式(28)和杨氏不等式可进一步得到:

$$\begin{aligned} z_{2,k} h_k &= z_{2,k} \mathbf{W}^* \mathbf{\Phi}_k + z_{2,k} \varepsilon \\ &\leq \frac{z_{2,k}^2}{a_1^2} \theta^* \mathbf{\Phi}_k^T \mathbf{\Phi}_k + \frac{1}{4} a_1^2 + |z_{2,k}| \varepsilon_N \\ &\leq \frac{z_{2,k}^2}{a_1^2} \theta^* \mathbf{\Phi}_k^T \mathbf{\Phi}_k + \frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{2} z_{2,k}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_N^2 \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $\theta^* = \|\mathbf{W}^*\|^2$, $\mathbf{\Phi}_k = \mathbf{\Phi}_k(\mathbf{X})$, 神经网络输入为 $\mathbf{X} = [x_{1,k}, x_{2,k}, \ddot{x}_d, \dot{\alpha}_k] \in R^4$ 。

设计实际控制器为

$$v_k = -c_2 z_{2,k} - z_{1,k} - \frac{z_{2,k}}{a_1^2} \hat{\theta}_k \mathbf{\Phi}_k^T \mathbf{\Phi}_k \quad (30)$$

其中, c_2 为满足 $c_2 > 1$ 的正常数。

设计参数组合自适应律为

$$(1-\lambda) \dot{\hat{\theta}}_k = -\lambda \hat{\theta}_k + \lambda \hat{\theta}_{k-1} + \frac{\beta}{a_1^2} z_{2,k}^2 \mathbf{\Phi}_k^T \mathbf{\Phi}_k \quad (31)$$

其中, $\hat{\theta}_{-1}(t) = 0$, $\hat{\theta}_k(0) = \hat{\theta}_{k-1}(T)$

将式(29)~(31)代入式(27),并根据杨氏不等式,得到:

$$\dot{V}_{2,k} \leq -c'_2 z_{2,k}^2 - z_{1,k} z_{2,k} + \frac{\lambda}{\beta} \tilde{\theta}_k (-\hat{\theta}_k + \hat{\theta}_{k-1}) + \bar{d} \quad (32)$$

其中, $\bar{d} = \frac{1}{2} \varepsilon_N^2 + \frac{1}{4} a_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d_N}{m_0}\right)^2$ 为未知的常数, $c'_2 = c_2 - 1$ 。

3 收敛性分析

定理 1 针对系统式(1),给定期望轨迹 x_d , 设

计期望误差轨迹式(19),虚拟控制器式(24),实际控制器式(30),组合自适应律式(31),跟踪误差在任意初态下沿着预设轨迹收敛以 L^2 范数的形式收敛到 0 点附近的邻域内。

证明 定义复合能量函数:

$$E_k = V_{1,k} + V_{2,k} + \frac{\lambda}{2\beta} \int_0^t \tilde{\theta}_k^2 d\tau \quad (33)$$

对式(33)进行求导,由第 2 节的分析,可得:

$$\begin{aligned} \dot{E}_k &= \dot{V}_{1,k} + \dot{V}_{2,k} + \frac{\lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_k^2 \\ &\leq -c_1 z_{1,k}^2 - c'_2 z_{2,k}^2 + \frac{\lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_k^2 + \bar{d} \\ &\quad + \frac{\lambda}{\beta} \tilde{\theta}_k (-\hat{\theta}_k + \hat{\theta}_{k-1}) \end{aligned} \quad (34)$$

由于 $\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1} = \tilde{\theta}_k - \tilde{\theta}_{k-1}$ 以及等式 $ab - a^2 = -\frac{1}{2}(a^2 - b^2) - \frac{1}{2}(a - b)^2$, 式(34)可以化简为

$$\begin{aligned} \dot{E}_k &\leq -c_1 z_{1,k}^2 - c'_2 z_{2,k}^2 + \bar{d} - \frac{\lambda}{2\beta} (\tilde{\theta}_k^2 - \tilde{\theta}_{k-1}^2) \\ &\quad - \frac{\lambda}{2\beta} (\tilde{\theta}_k - \tilde{\theta}_{k-1})^2 \\ &\leq \frac{\lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_{k-1}^2 + \bar{d} \end{aligned} \quad (35)$$

在第一次迭代过程中,即 $k = 0$ 时,由于 $\hat{\theta}_{-1}(t) = 0$, 因此,式(35)可以进一步写为

$$\dot{E}_0 \leq \frac{\lambda}{2\beta} \theta^{*2} + \bar{d} < \infty \quad (36)$$

因此 $E_0(t) \leq E_0(0) + T\left(\frac{\lambda}{2\beta} \theta^{*2} + \bar{d}\right) < \infty$, 即

证明 E_0 在 $[0, T]$ 区间上有界。

对相邻两次迭代的复合能量函数进行做差分析,得到:

$$\begin{aligned} \delta E_k &= V_{1,k} - V_{1,k-1} + V_{2,k} - V_{2,k-1} \\ &\quad + \frac{\lambda}{2\beta} \int_0^t (\tilde{\theta}_k^2 - \tilde{\theta}_{k-1}^2) d\tau \\ &\leq V_{1,k}(0) + V_{2,k}(0) - V_{2,k-1} - V_{1,k-1} \\ &\quad + \int_0^t \left[\dot{V}_{1,k} + \dot{V}_{2,k} + \frac{\lambda}{2\beta} (\tilde{\theta}_k^2 - \tilde{\theta}_{k-1}^2) \right] d\tau \end{aligned} \quad (37)$$

根据等式 $(b - a)^2 - (c - a)^2 = (c - b)[2(a - b) + (b - c)]$, 可以得到:

$$\frac{\lambda}{2\beta} (\tilde{\theta}_k^2 - \tilde{\theta}_{k-1}^2) = \frac{\lambda}{2\beta} (\hat{\theta}_{k-1} - \hat{\theta}_k) [-2\tilde{\theta}_k + (\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1})]$$

$$\leq -\frac{\lambda}{\beta} (\hat{\theta}_{k-1} - \hat{\theta}_k) \tilde{\theta}_k \quad (38)$$

根据 $z_{1,k}, z_{2,k}$, 期望误差轨迹 $e_{1,k}^*$ 式(19), 虚拟控制器 α_k 式(34)的定义, 可知:

$$V_{1,k}(0) = 0, V_{2,k}(0) = \frac{1 - \lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_k^2(0) \quad (39)$$

将式(25)、(32)、(38)、(39)代入式(37), 可得:

$$\begin{aligned} \delta E_k(t) &\leq V_{2,k}(0) - V_{2,k-1}(t) \\ &\quad + \int_0^t -c_1 z_{1,k}^2 - c'_2 z_{2,k}^2 + \bar{d} d\tau \end{aligned} \quad (40)$$

根据参数组合自适应律的定义式(25), $\hat{\theta}_k(0) = \hat{\theta}_{k-1}(T)$, 可得:

$$\begin{aligned} V_{2,k}(0) &= \frac{1 - \lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_k^2(0) \\ &\leq \frac{1 - \lambda}{2\beta} \tilde{\theta}_{k-1}^2(T) + \frac{1}{2} z_{2,k-1}^2(T) \\ &= V_{2,k-1}(T) \end{aligned} \quad (41)$$

由此,将 $t = T$ 代入式(40), 根据式(41), 得到:

$$\begin{aligned} E_k(T) &= E_0(T) + \sum_{j=1}^k \delta E_j(T) \\ &\leq E_0(T) - c_m \sum_{j=1}^k \left[\int_0^T z_{1,k}^2 + z_{2,k}^2 d\tau + \frac{\eta_m}{c_m} \right] \end{aligned} \quad (42)$$

即

$$\begin{aligned} c_m \sum_{j=1}^k \left[\int_0^T (\|z_{1,k}\|^2 + \|z_{2,k}\|^2) d\tau + \frac{\eta_m}{c_m} \right] \\ \leq E_0(T) - E_k(T) < \infty \end{aligned} \quad (43)$$

其中, $c_m = \min\{c_1, c'_2\}$, $\eta_m = T\bar{d}$, $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数。

根据前一部分的证明, $E_0(T)$ 是有界的, 而 $E_k(T)$ 根据定义是有界的。由式(37)可知, 经过无穷次迭代之后, $\int_0^T \|z_{1,k}\|^2 d\tau$ 和 $\int_0^T \|z_{2,k}\|^2 d\tau$ 会收敛到 $\frac{\eta_m}{c_m}$ 这个领域内。此外, 对于任意给定的常数 σ , 存在有限次迭代 k_0 使得 $\int_0^T \|z_{1,k}\|^2 d\tau < \frac{\eta_m}{c_m} + \sigma$,

$\int_0^T \|z_{2,k}\|^2 d\tau < \frac{\eta_m}{c_m} + \sigma$ 。这意味着跟踪误差 $z_{1,k}$ 和 $z_{2,k}$ 能以 L^2 范数的形式渐近收敛到 0 附近一个很小的邻域内。

证毕。

4 仿真结果及分析

考虑如下系统^[18]：

$$\dot{x}_{1,k} = x_{2,k} \tag{44}$$

$$\dot{x}_{2,k} = f(x_k) + bD(v_k)$$

其中, $f(x) = (1 + \sin x_{2,k})x_{1,k}^2$, $b = 1$, 非对称死区环节 $D(v_k)$ 设定为

$$D(v_k) = \begin{cases} (1.5 - 0.1\sin v_k)(v_k - 0.3) & v_k \geq 0.3 \\ 0 & -0.1 < v_k < 0.3 \\ (1.2 - 0.2\sin v_k)(v_k + 0.1) & v_k \leq -0.1 \end{cases} \tag{45}$$

本节以一个具有死区输入非参数不确定系统式(44)进行验证所提误差跟踪迭代学习控制方法的有效性,并将本文所提方法(M1)与自适应控制方法(M2)进行对比。

M1 为本文提出的误差跟踪迭代学习控制方法,包括期望误差轨迹式(19)、虚拟控制器式(24)、实际控制器式(30)和组合自适应律式(31)。

M2 为自适应控制方法,其虚拟控制器和实际控制器分别设计为

$$\alpha = -c_1 z_1 + \dot{x}_d \tag{46}$$

$$v = -c_2 z_2 - z_1 - \frac{z_2}{a_1} \hat{\theta} \phi^T \phi \tag{47}$$

其中, $z_1 = x_1 - x_d, z_2 = x_2 - \alpha, x_1$ 和 x_2 为系统状态, $\hat{\theta}$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{\beta}{a_1^2 z_{2,k}^2} \phi_k^T \phi_k - \gamma \hat{\theta} \tag{48}$$

γ 为满足 $\gamma > 0$ 的常数。

系统期望轨迹设定为 $x_d(t) = 0.2\cos(\pi t)$, 系统的迭代长度设定为 $T = 5$ s, 采样时间为 $t_c = 0.001$ s。控制器和学习律参数如表 1 所示。

仿真结果如图 3~图 7 所示。图 3 为 M1 和 M2 方法的状态跟踪效果图。可以发现,当迭代次数为 50 时,本文所提 M1 方法比 M2 方法具有更高的跟踪精度。图 4 为 M1 和 M2 方法的误差跟踪效果图,可以发现 M1 方法的误差能沿着预设的期望误差轨迹收敛,并且稳态误差比 M2 方法更小。图 5 为 $k = 1$ 、

表 1 参数表

	M1	M2
控制增益 c_1	4	4
控制增益 c_2	5	5
控制参数 a_1	0.4	0.4
节点数 N	50	50
高斯函数中心点	均匀分布在 $[-1, 1]$	均匀分布在 $[-3, 2]$
宽度 η_i	10	10
学习律参数 λ	0.1	
学习律参数 β	1	
性能指标	$J_{\max} = \max_{t \in [0, T]} (\ z_{1,k}\)$	

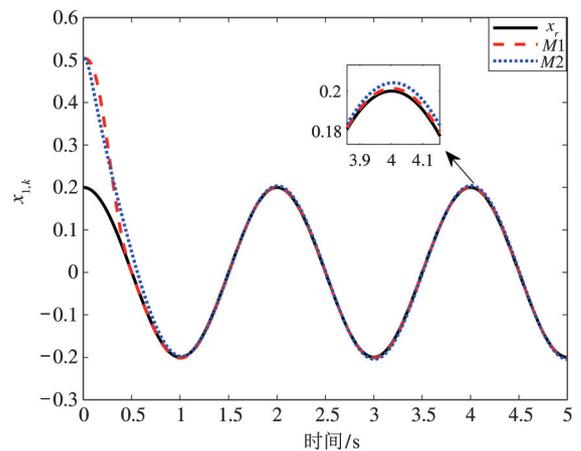


图 3 状态跟踪效果 ($k = 50$)

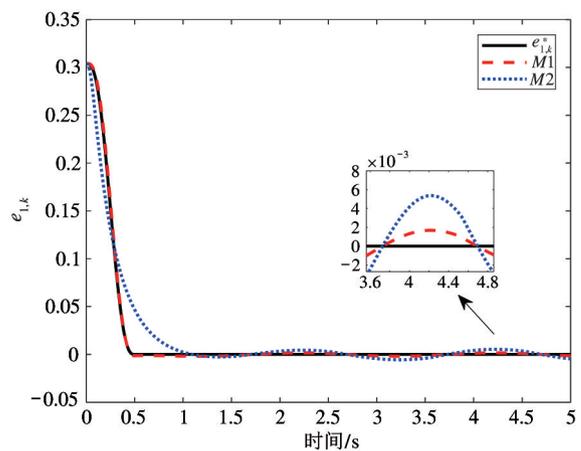


图 4 误差跟踪效果图 ($k = 50$)

10、50 时的误差跟踪图,从图中可以看出,对于任意初值,误差初值都能与期望误差初值重合,从而避免了初值一致条件,与上述理论一致。图 6 给出了 M1 和 M2 的控制信号与死区输入,可以发现, M1 和 M2

的实际输入信号相差不明显。图 7 反映了性能指标 J_{\max} 的变化情况,由图可知,随着迭代次数的不断变化,本文所提方法 M1 的最大误差逐渐减小,控制精度不断提高。综合图3~图7,可以得到以下结论,针

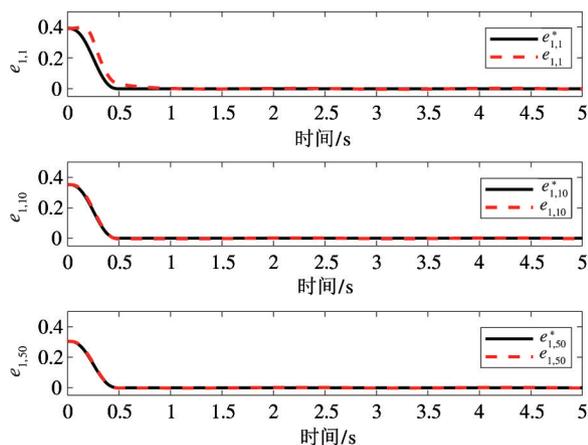


图 5 在不同迭代次数中 M1 的误差跟踪效果

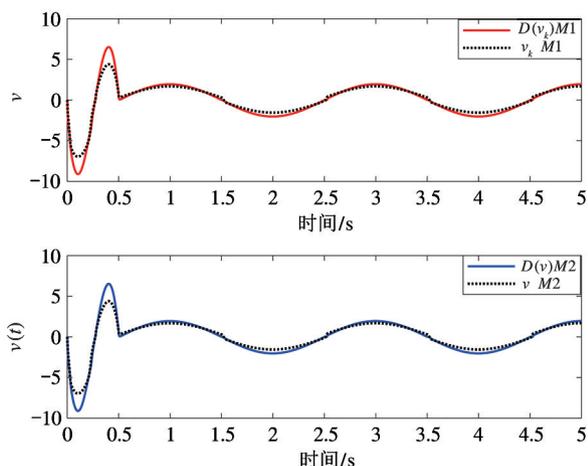


图 6 控制信号和死区输出

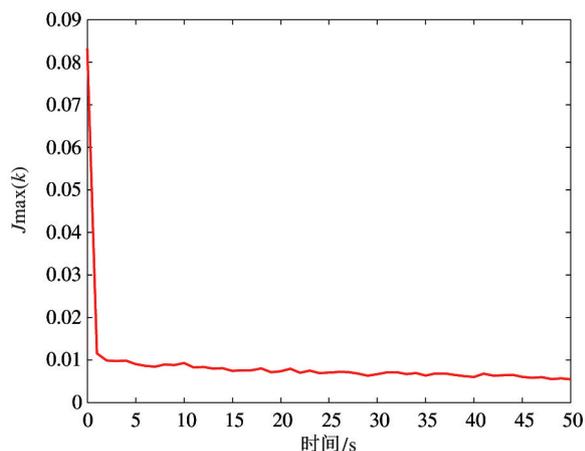


图 7 性能指标

对具有死区输入的非参数不确定系统,本文所提方法 M1 能实现在任意误差下,误差沿着期望误差轨迹收敛,并且在指定区间 $[\Delta, T]$ 上实现对状态的高精度跟踪。

5 结论

本文针对一类具有死区输入的非参数不确定系统构造了一种误差跟踪迭代学习控制方法。通过设计新型期望误差轨迹,放宽了传统 ILC 的初值一致条件,同时预设了误差的收敛轨迹。利用 RBF 神经网络对系统中的不确定性和死区参数进行估计,并设迭代学习控制器和组合自适应律,使得误差在指定区间内收敛到 0 附近一个很小的邻域内。最后,基于 Lyapunov-Like 理论进行稳定性分析,并通过仿真验证该方法的有效性。

参考文献

- [1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Better operation of robots by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140
- [2] MENG D Y. Convergence conditions for solving robust iterative learning control problems under nonrepetitive model uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(6): 1908-1919
- [3] XIONG W, HO D W C, YU X. Saturated finite interval iterative learning for tracking of dynamic systems with HNN-structural output[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(7):1578-1584
- [4] XU J X, XU J. On iterative learning from different tracking tasks in the presence of time-varying uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 2004, 34(1): 589-597
- [5] TAYEBI A, CHIEN C. A unified adaptive iterative learning control framework for uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(10): 1907-1913
- [6] LI X F, SHEN D, XU J X. Adaptive iterative learning control for MIMO nonlinear systems performing iteration-varying tasks[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(16): 9206-9231

- [7] XU J X, TAN Y. A composite energy function-based learning control approach for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1940-1945
- [8] MENG D Y, MOORE K. Robust iterative learning control for nonrepetitive uncertain systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(2): 907-913
- [9] CHIEN C J, HSU C T, YAO C Y. Fuzzy system-based adaptive iterative learning control for nonlinear plants with initial state errors [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, 12(5): 724-732
- [10] XU J X, YAN R. On initial conditions in iterative learning control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(9): 1349-1354
- [11] 孙明轩, 严求真. 迭代学习控制系统的误差跟踪设计方法. *自动化学报* [J], 2013, 39(3): 251-262
- [12] YAN Q, CAI J, MA Y et al. Robust learning control for robot manipulators with random initial errors and iteration-varying reference trajectories [J]. *IEEE Access*, 2019, 32(5): 2354-2360
- [13] CHEN Q, SHI H H, SUN M X. Echo state network-based backstepping adaptive iterative learning control for strict-feedback systems; an error-tracking approach [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(7): 3009-3022
- [14] TAO G, KOKOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown dead-zones [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(1): 59-68
- [15] IBRIR S, XIE W F, SU C Y. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input [J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 522-530
- [16] XIE K, LYU Z, LIU Z, et al. Adaptive neural quantized control for a class of MIMO switched nonlinear systems with asymmetric actuator dead-zone [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(6): 1927-1941
- [17] DING L, LI S, GAO H B, et al. Adaptive neural network-based finite-time online optimal tracking control of the nonlinear system with dead zone [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(1): 382-392
- [18] 朱胜, 孙明轩, 王雪洁等. 具有输入死区的非线性系统的鲁棒重复控制 [J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 908-912

Error tracking iterative learning control for non-parametric uncertain systems with input dead-zone

CHEN Kaijie, SHI Huihui, CHEN Qiang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

An error tracking iterative learning control (ILC) is proposed for non-parametric uncertain systems with non-symmetric dead-zone input. Firstly, a new type of desired error trajectory is constructed to relax the identical initial condition requirement in the classical iterative learning control. Then, the asymmetric dead zone is converted into a linear form by mean-value theorem, and a radial basis function (RBF) neural network is used to estimate the system uncertainty and dead zone parameters. Based on this, an error tracking iterative learning controller and a unified adaptive learning law are designed to achieve high-precision tracking of the desired trajectory in the specified interval. Finally, the stability analysis is demonstrated through the Lyapunov-Like method, and numerical simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: iterative learning control (ILC), error tracking, non-symmetric dead-zone, combined adaptive law, non-parametric uncertain system