

## 双七自由度臂防碰撞协同控制算法研究<sup>①</sup>

江亦涵<sup>②\*</sup> 王挺<sup>③\*</sup> 李亚伟<sup>\* \*\*</sup> 邵士亮<sup>\*</sup> 王宁<sup>\* \*\*\*\*</sup> 毕健康<sup>\* \*\*\*\*\*</sup> 姚辰<sup>\*</sup>

( \* 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 沈阳 110016)

( \*\* 沈阳理工大学自动化与电气工程学院 沈阳 110159)

( \*\*\* 中国科学院大学 北京 100049)

( \*\*\*\* 沈阳工业大学人工智能学院 沈阳 110870)

( \*\*\*\*\* 沈阳化工大学信息工程学院 沈阳 110142)

**摘要** 针对仿人双机械臂协同运动规划中防碰撞的核心问题,提出了一种双冗余机械臂防碰撞算法。建立有向包围盒(OBB)模型,结合基于单纯形退化的改进吉尔伯特-约翰逊-基尔特(GJK)算法,计算包围盒两两之间的距离,依照距离大小判断自碰撞发生的可能性。基于牛顿-辛普森迭代法计算出机械臂满足指定末端位置要求的逆解,然后进行基于包围盒欧氏距离的改良五次多项式插补以生成末端运动轨迹。实验结果表明,该套控制系统可以灵活地进行协同工作,完成包含插拔火炬钥匙、火炬传递相关动作在内的各项任务,且在协同工作过程中可以有效避免发生碰撞。

**关键词** 双臂协同;七自由度机械臂;有向包围盒;吉尔伯特-约翰逊-基尔特(GJK)算法;碰撞检测

## 0 引言

近年来,双臂机器人由于其协调性强、可操作性强、工作效率高等特点,逐渐在制造业和服务业等领域取得应用<sup>[1-3]</sup>。双臂机器人可以完成多种复杂的任务,例如协同搬运和协调操纵。但控制器设计的难度也远大于单臂机器人,因为增加的手臂不仅导致复杂的结构和机构,而且增加了强耦合非线性以及被抓取物体产生的内力。为了解决这些问题,双臂机器人的末端位置控制得到了广泛的研究<sup>[4-10]</sup>。Liang 等人<sup>[4]</sup>通过计算双四元数对双臂机器人进行运动控制。Phukan 等人<sup>[5]</sup>设计了一个滑模控制器以协调双机械臂位置。Liu 等人<sup>[6]</sup>通过对机械臂进行体素化分割,计算出了空间中每一点相对于机械

臂的可达性。Kivel 等人<sup>[7]</sup>为机械臂建立了坐标轴平行(axis-aligned bounding box, AABB)包围盒,并采用了分离轴定理法进行碰撞检测。Kim 等人<sup>[8]</sup>采用了一种基于调和函数的新型人工势函数来构建人工势场并进行轨迹规划。Palmieri 等人<sup>[10]</sup>提出了一个冗余机械手的运动规划和控制框架,采用了离线路径规划算法与在线运动控制组合的控制策略。文献[11]与文献[12]分别采用了快速搜索随机树(rapid-exploration random tree, RRT)及 A\* 算法探索未知环境,但以上方法均只适用于机械臂在已知环境信息的情况下规避静态障碍物。

根据机器人在生产和生活中的应用可知,障碍物包括静态障碍物和动态障碍物 2 种。对于大多数双臂机器人来说,两臂的工作区域存在重叠部分,因

① 国家自然科学基金联合基金项目(U20A20201),国家重点研发计划(2021YFF0306201)和辽宁省重点研发计划(2020JH2/10300104)资助项目。

② 男,1998年生,硕士生;研究方向:机器人控制技术;E-mail:jiangyihan@sia.cn。

③ 通信作者,E-mail:wangting@sia.cn。

(收稿日期:2022-04-24)

此当一个机械臂移动时,该机械臂会被另一个机械臂视为动态障碍物。因此,任何一个机器人机械手都应该避开动态障碍物以完成路径规划。李龙等人<sup>[13]</sup>提出了一种基于接近觉的机械臂避障路径规划方法,通过读取连杆运动方向上的距离传感器数据作为碰撞检测的依据,并采用基于势函数与关节空间的人工势场法解决避障路径规划问题。但该方法需要在机械臂上安装额外的传感器,增加了机械臂的成本。刘建春等人<sup>[14]</sup>采用球体和胶囊体包围盒简化机械臂模型,根据包围盒之间的相交情况判断是否发生碰撞。通过二次投影法,将包围盒投影为线段实现快速检测。但二次投影法对包围盒角度要求较高,存在失效风险。

本文针对仿人双机械臂协同运动规划中防碰撞的问题,基于实验室自行研发的双七自由度臂机器人,通过理论计算、仿真实验,提出了一种适用于冗余自由度机器人协同工作的控制算法。建立了机器人正逆运动学模型与包围盒模型,采用了基于单纯形退化的改进吉尔伯特-约翰逊-基尔特(Gilbert-Johnson-Keerth, GJK)算法设计了基于安全工作范围的改良五次多项式轨迹插补法。对此算法分别进行了 Matlab 仿真、插拔钥匙实验与火炬传递实验。在环境中不存在静态障碍物仅需避免机器人自碰撞的情况下该方法具有非常快的计算速度,得到的轨迹也较为平滑,具备一定的工程应用价值。

## 1 自碰撞检测系统设计

### 1.1 正运动学模型

本文研究对象为图 1 所示的双七自由度臂机器人。为准确获取其运动过程中的各关节位置,并以此为基础构建与更新包围盒,需要对其进行运动学建模。目前主流的运动学建模方法有 2 种,一种是标准 D-H 参数法,一种是改进 D-H 参数法<sup>[15]</sup>。标准 DH 参数法仅适用于串联机器人,而改进 D-H 参数法适用于串联机器人、树结构机器人、并联机器人、闭回路结构机器人与移动机器人。由于本文的研究对象为 6 轮移动机器人,故建立如图 2 所示的机械臂坐标系,得到的改进 D-H 参数如表 1 所示。

其中  $\theta_i$  代表  $x$  轴转角,  $\alpha_{i-1}$  代表  $z$  轴转角,  $d_{i-1}$  代表  $x$  轴偏移量,  $a_i$  代表  $z$  轴偏移量。

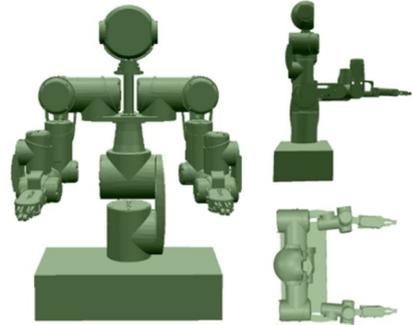


图 1 机器人三维模型

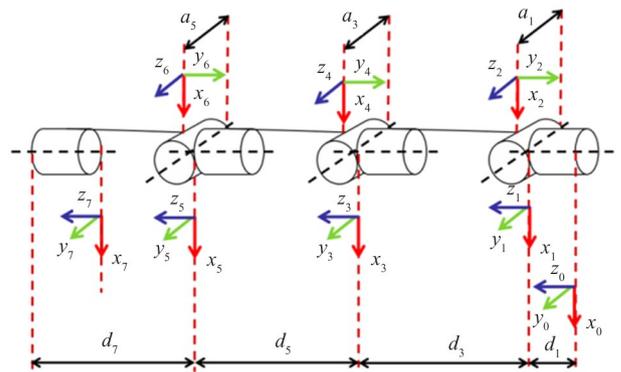
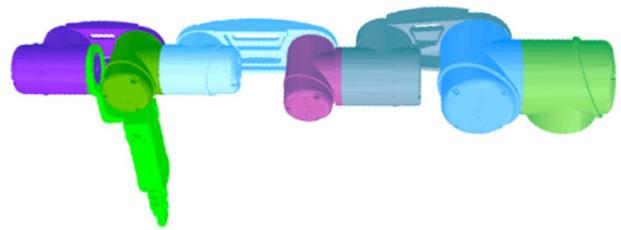


图 2 机械臂 MDH 图

由于机械臂采用仿人手结构,因此对每个机械臂分别采用 4 个 OBB 包围盒进行碰撞模型建模。

表 1 MDH 参数

| 关节/ $i$ | $a_i/\text{mm}$ | $d_{i-1}/\text{mm}$ | $\alpha_{i-1}$ | $\theta_i$ |
|---------|-----------------|---------------------|----------------|------------|
| 1       | 0               | 145.5               | 0              | $\theta_1$ |
| 2       | 0               | 0                   | -90            | $\theta_2$ |
| 3       | 0               | 243.5               | -90            | $\theta_3$ |
| 4       | 0               | 0                   | 0              | $\theta_4$ |
| 5       | 0               | 248.5               | -90            | $\theta_5$ |
| 6       | 0               | 0                   | 90             | $\theta_6$ |
| 7       | 0               | 270                 | 90             | $\theta_7$ |

为了在机械臂各个关节旋转的过程中及时更新包围盒的位置与角度,需要对机械臂进行正运动学计算,以确定各关节的位置坐标,分别确定第 2 关节到第 4 关节、第 5 关节到第 5 关节、第 7 关节与末端抓手的向量方向与长度,以此为基础实时地更新包围盒的位置与欧拉角。通过 MDH 参数表构建齐次变换矩阵,可得到:

$$\begin{aligned}
 {}^0_1\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.455 \\ -s\theta_1 & -c\theta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^1_2\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^2_3\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2.435 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^3_4\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ -s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^4_5\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2.485 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^5_6\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^6_7\mathbf{T} &= \begin{bmatrix} c\theta_7 & -s\theta_7 & 0 & 0 \\ -s\theta_7 & -c\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中  $c\theta_i$  为  $\cos\theta_i$  的简写,  $s\theta_i$  为  $\sin\theta_i$  的简写,  $\theta_1 \sim \theta_7$  为第 1 关节至第 7 关节的旋转角度。

根据上式求各个关节相对于基坐标系的齐次变

换可得

$${}^0_i\mathbf{T} = {}^0_1\mathbf{T} {}^1_2\mathbf{T} \cdots {}^{i-1}_i\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $r_{11} \sim r_{33}$  可以构成  $3 \times 3$  旋转矩阵,  $p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$  即为第  $i$  个关节相对于基坐标系的坐标,三轴欧拉角为

$$\begin{aligned}
 \theta_z &= \arcsin r_{21} \\
 \theta_x &= \arctan \frac{-r_{23}/c\theta_z}{r_{22}/c\theta_z} \\
 \theta_y &= \arctan \frac{-r_{31}/c\theta_z}{r_{11}/c\theta_z} \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中  $p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$  与  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$  均为关于  $\theta_1 \sim \theta_7$  的函数。

### 1.2 OBB 包围盒建模

基于这些数据,对于本文所研究的机械臂进行有向包围盒(oriented bounding box, OBB)建模,则依照式(1)和(2)通过 DH 参数计算出手臂第 2 关节变换矩阵  ${}^0_2\mathbf{T}$ , 并取其最后一列,可以得到该关节几何中心的三维坐标  $p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$ 。取其前 3 列并依照式(3)转换为欧拉角,可以得到关节相对基坐标系旋转的角度  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ 。以此类推,对第 4 关节、第 5 关节、第 6 关节与第 7 关节进行同样的计算。由此可得所有关节的坐标以及包围盒旋转的角度,以此可以构建出高为

$$H = \sqrt{(p_{xi} - p_{xj})^2 + (p_{yi} - p_{yj})^2 + (p_{zi} - p_{zj})^2}$$

的 OBB 包围盒,长与宽依照三维模型尺寸确定。针对本文的机器人形状参数,包围盒的长与宽取为

$$M_{\text{upper\_arm}} = \{M_a, M_b\} = \{14.5, 16.5\}$$

$$M_{\text{fore\_arm}} = \{9, 16\}$$

$$M_{\text{hand}} = \{6, 10\}$$

$$M_{\text{wrist}} = \{8, 12\}$$

并按照  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$  对包围盒进行旋转,由此在机械臂旋转过程基于各关节角度实时更新包围盒的坐标与欧拉角。

除此之外,对于双臂机器人,不仅应当考虑双臂之间的自碰撞,也应当考虑双臂与躯干之间的自碰撞。但由于躯干部分相对于机器人坐标系不发生相对转动,因此生成的 OBB 包围盒不需要实时更新位

置与欧拉角,仅需在基坐标系的基础上增加一个固定的偏移量。针对躯干部分生成的 OBB 包围盒尺寸如下:

$$M_{\text{body1}} = \{60, 30, 15\}$$

$$M_{\text{body2}} = \{24, 18, 46\}$$

$$M_{\text{body3}} = \{32, 20, 15\}$$

$$M_{\text{body4}} = \{20, 16, 23\}$$

得到了如图 3 所示的机器人的包围盒建模。

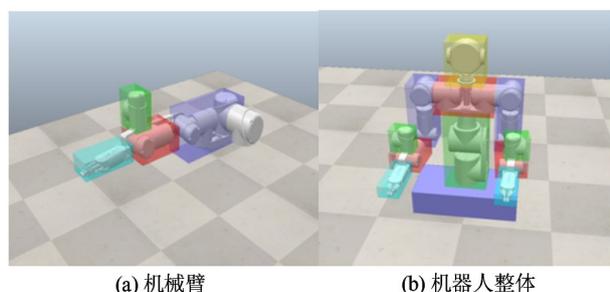


图 3 包围盒模型

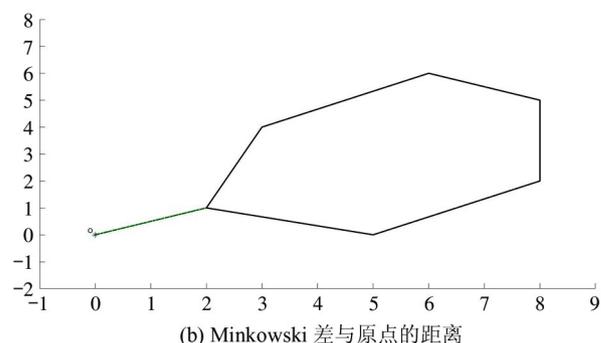
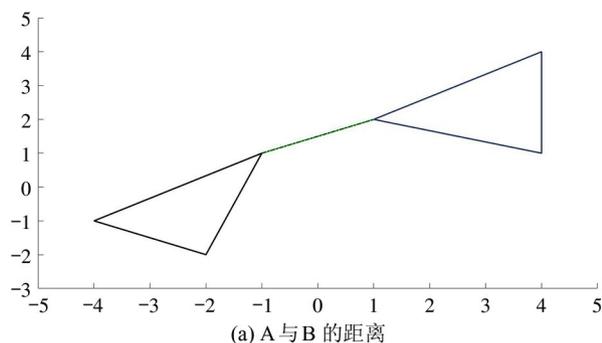


图 4 距离等价图

具体流程如下所示。

(1) 任意选定初始向量  $\vec{d}$ 。

(2) 在凸体  $A$  中选取在  $\vec{d}$  方向投影长度最长的点  $p_1$ , 在凸体  $B$  中选取在  $-\vec{d}$  方向投影长度最长的点  $p_2$ , 令  $v_1 = p_1 - p_2$ , 此时  $v_1$  即为三维单纯形的一个顶点。

更换向量  $\vec{d}$  的方向, 再进行 3 次取点, 记所得到的点分别为  $v_2, v_3, v_4$ , 此时  $v_1, v_2, v_3, v_4$  即可构成一个三维单纯形。

(3) 判断该三维单纯形是否包含原点, 若包含原点, 说明发生了碰撞, 算法结束。若不包含原点, 继续步骤(4)。

### 1.3 改进 GJK 碰撞检测算法

根据机械臂的包围盒模型, 将双臂机器人碰撞问题转化为判断各包围盒是否与其他包围盒相交的问题。本文采用基于单纯形退化的改进 GJK 算法计算包围盒之间的距离, 避免了原始 GJK 算法需要搜索所有原点可能出现的区域的缺点, 计算量小, 鲁棒性较强。

GJK 算法是由 Gilbert、Johnson 和 Keerthi 在 1988 年开发的一种迭代算法。通过输入空间内任意两凸体的顶点集, 可以计算出凸体间的欧式距离。假设存在两凸体  $A$  和  $B$ , 则  $A$  和  $B$  距离  $d(A, B) = \min \{ \|X - Y\| \}$ , 其中  $X \in A, Y \in B$ 。根据两凸体的 Minkowski 差的定义, 即  $D = \{X - Y | X \in A, Y \in B\}$ , 两凸体间的距离可以等效为二者的 Minkowski 差构成的图形与原点的距离, 如图 4 所示。图 4(a) 中 2 个三角形之间的距离等价于图 4(b) 中 2 个三角形求 Minkowski 差所构成的六边形与到原点的距离。

(4) 在  $v_1, v_2, v_3, v_4$  构成的三维单纯形中找出距离原点最近的面  $S$ , 移除不属于这个面的点, 并将向量  $\vec{d}$  的方向更新为面  $S$  的垂线方向, 以新的向量方向重新取点, 构建单纯形; 重复步骤(4), 直到取到的点与之前重复, 此时迭代完成, 未发生碰撞, 计算三维单纯形与原点的距离, 即为两凸体间的欧氏距离。

对于原始 GJK 算法而言, 虽然这种算法在数学上是完全可实现且可靠的, 但实际的应用场景对于实时性的要求非常高, 原始的 GJK 算法在处理多面体时需要进行大量的计算, 可能导致实时性受到影响。为了应对这一问题, 本文采用了一种基于单纯

形退化的改进 GJK 算法,通过改良原始 GJK 算法的距离子算法来获得更高的计算效率。

如图 5 所示,原始 GJK 算法从底部向上迭代,依次搜索图 5 中(1,2)区域,(1,3)区域与(2,3)区域中是否存在原点,而改进 GJK 算法则通过将单纯形退化,排除不可能包含原点的先验区域,大幅简化了计算量,算法流程对比图如图 6 所示。改进 GJK 算法的详细步骤如下。

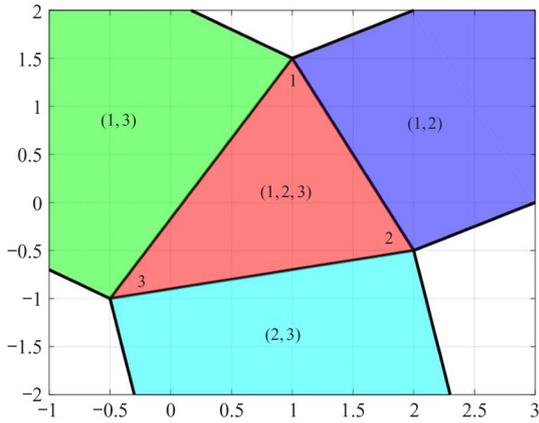


图 5 GJK 算法搜索区域

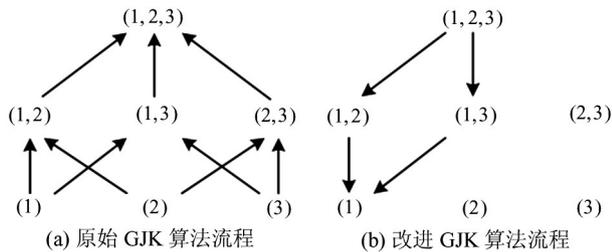


图 6 算法流程对比图

对于如图 7 (a) 所示的由  $v_1, v_2, v_3, v_4$  构成的三维单纯形,构造矩阵:

$$M = \begin{bmatrix} v_1^x & v_2^x & v_3^x & v_4^x \\ v_1^y & v_2^y & v_3^y & v_4^y \\ v_1^z & v_2^z & v_3^z & v_4^z \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,

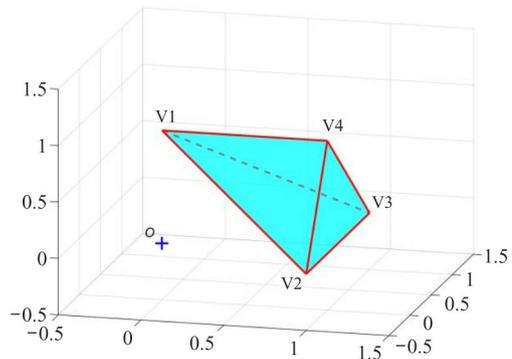
$$\begin{cases} v_1 = (0, 0, 1) \\ v_2 = (1, 0.5, 0) \\ v_3 = (1, 1, 0) \\ v_4 = (1, 0, 1) \end{cases} \quad (5)$$

并对  $M$  进行代数余子式展开,则有:

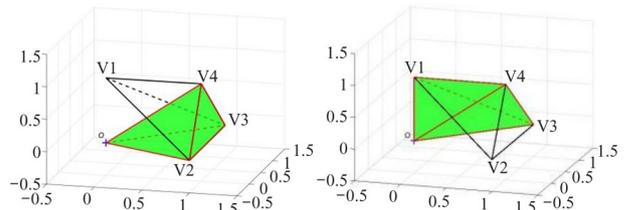
$$\det M = A_{4,1} + A_{4,2} + A_{4,3} + A_{4,4} \quad (6)$$

如图 7(b) ~ (e) 所示,分别舍弃单纯形的顶点之一,并将剩余 3 个顶点与原点相连,构建出 4 个虚拟单纯形,此时  $A_{4,1}, A_{4,2}, A_{4,3}, A_{4,4}$  的绝对值分别与这 4 个虚拟单纯形的体积成正比。在计算出了  $\det M$  与所有的  $A_{4,i}$  之后,将  $\det M$  的符号与  $A_{4,i}$  逐个进行比较,若  $\det M$  与  $A_{4,i}$  符号均相同,则说明原点在单纯形内部;若  $\det M$  与  $A_{4,i}$  符号不同,则舍弃点  $v_i$ ,将原有的三维单纯形退化为二维单纯形,对于图 7 的情况,经过计算可知:

$$\begin{cases} A_{4,1} = -1.5 \\ A_{4,2} = -1 \\ A_{4,3} = -0.5 \\ A_{4,4} = 1.5 \end{cases} \quad (7)$$

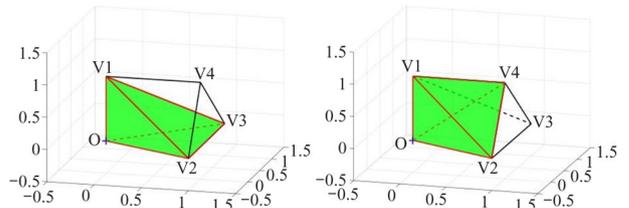


(a) 原始三维单纯形



(b)  $A_{4,1}$  对应的虚拟单纯形

(c)  $A_{4,2}$  对应的虚拟单纯形



(d)  $A_{4,3}$  对应的虚拟单纯形

(e)  $A_{4,4}$  对应的虚拟单纯形

图 7 根据指定三维单纯形构建虚拟三维单纯形

因此,舍弃点  $v_4$ ,构成新的二维单纯形  $s_1, s_2, s_3$ ,如图 8 所示。对于二维单纯形,取向量:

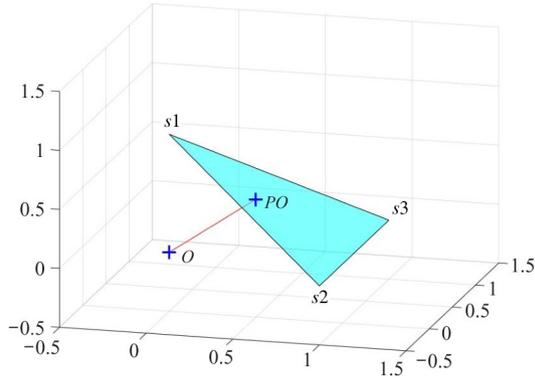


图8 二维单纯形与原点投影

$$n = (s_2 - s_1) \times (s_3 - s_1) \quad (8)$$

$$p_o = \frac{s_1 \cdot n}{\|n\|^2} n \quad (9)$$

将原点  $O$  按向量  $p_o$  投影至单纯形所在平面中, 得到点  $P_o$ , 此时式(5)中已计算得到的  $|A_{4,1}|$ 、 $|A_{4,2}|$ 、 $|A_{4,3}|$  与单纯形在  $xOy$ 、 $yOz$ 、 $xOz$  上的投影面积成正比, 选取  $|A_{4,1}|$ 、 $|A_{4,2}|$ 、 $|A_{4,3}|$  中的最大值, 并将单纯形连同点  $p$  向相应的面进行投影。对于本文列出的情况,  $|A_{4,1}| = 1.5$ , 因此在  $yOz$  平面进行投影。投影后的结果如图9所示。此时, 设矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} s_1^x & s_2^x & s_3^x \\ s_1^y & s_2^y & s_3^y \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

解方程:

$$M \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_o^x \\ p_o^y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

得到  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ , 算法结束, 返回点  $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$ , 根据  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  得到新的搜索方向。

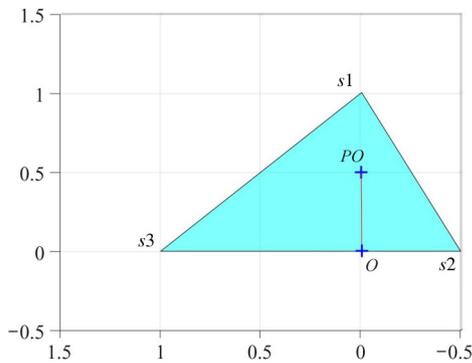


图9  $yOz$  面投影

综上所述, 可得到如图10所示的算法流程图。

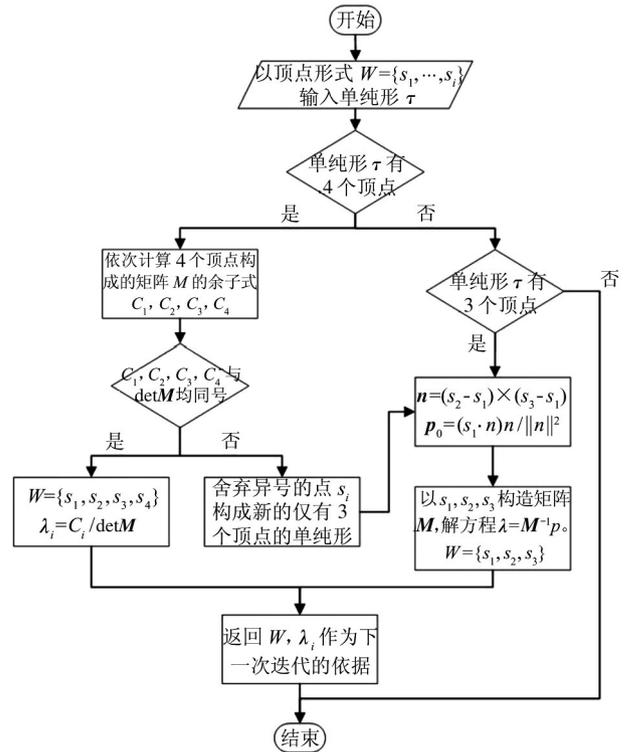


图10 单纯形退化算法流程图

## 2 机械臂控制方法

### 2.1 逆运动学求解

对于任意三维空间机械臂, 末端的姿态信息可以由一个  $6 \times 1$  的向量  $\alpha = [x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]$  完全描述。而对于七自由度机械臂联立方程组可得:

$$\begin{cases} x = f_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \\ y = f_2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \\ z = f_3(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \\ \theta_x = f_4(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \\ \theta_y = f_5(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \\ \theta_z = f_6(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7) \end{cases} \quad (12)$$

在这个方程组中, 共有 7 个变量  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7$  以及 6 个方程, 变量个数大于方程个数, 属于欠定方程组, 因此在空间中存在无穷多解, 即在笛卡尔空间中存在无穷多组满足指定位置与角度要求的手臂位姿。对于该问题, 本文采用牛顿-辛普森法求取满足末端位置要求的数值解。

当机械臂末端的位置与角度仅发生微小变化,

且变化耗时较短时,可以将这样的微小运动等效为机械臂末端的运动速度,这种运动称作机器人的微分运动。设  $d$  为机械臂位置的微分运动,  $\delta$  为机械臂角度的微分运动,则微分运动可以表示为

$$\mathbf{D} = [d, \delta]^T = [dx, dy, dz, \delta\theta_x, \delta\theta_y, \delta\theta_z]^T \quad (13)$$

记机械臂当前末端位姿为  $\mathbf{T}_{curr}$ , 目标末端位姿为  $\mathbf{T}_{end}$ , 则

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{end} &= \mathbf{T}_{curr} + \Delta \cdot \mathbf{T}_{curr} = (\mathbf{I} + \Delta) \cdot \mathbf{T}_{curr} \\ \Delta &= \mathbf{T}_{end} \mathbf{T}_{curr}^{-1} - \mathbf{I} \end{aligned} \quad (14)$$

使用牛顿迭代法的步骤如下所示。

(1) 根据机械臂当前姿态下各关节角度值  $\mathbf{q}_{curr} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7]$  计算出机械臂当前末端位姿  $\mathbf{T}_{curr}$ 。

(2) 根据机械臂目标末端姿态计算机械臂的微分运动矩阵  $\Delta$ 。

(3) 根据机械臂的微分运动矩阵  $\Delta$  与当前角度  $\mathbf{q}_{curr}$  计算出机械臂的雅可比矩阵。

(4) 根据式(14)求出  $d\mathbf{q}$  的大小,其中雅可比矩阵的逆即为机械臂末端位姿矩阵的伪逆。

(5) 根据当前计算出的  $d\mathbf{q}$ , 叠加到目前的关节角度中,即关节的角度变化成为  $\mathbf{q}_{curr} = d\mathbf{q} + \mathbf{q}_{curr}$ 。

(6) 根据新的  $\mathbf{q}_{curr}$  计算出新的末端姿态  $\mathbf{T}_{curr}$ , 回到步骤(1),以此继续迭代。

以上是迭代计算的计算过程。此外,还需要为该迭代过程设置迭代终止条件。常见的做法是设置一个误差量  $E$ , 当迭代结果与目标末端位置的差小于一定范围时即可停止迭代。此外再设置一个迭代次数上限  $I$ , 当超出迭代次数上限时停止计算,并反馈一条错误信息。

## 2.2 机械臂轨迹规划

在完成逆解计算之后可以得到 2 组关节角,分别为当前状态关节角  $\mathbf{q}_{curr}$  与目标状态关节角  $\mathbf{q}_{end}$ 。考虑到在插拔火炬钥匙与传递火炬的需求中均不存在坐标及形状已知的静态障碍物,而动态障碍物通过碰撞检测可以保证安全性,因此没有采用常用的诸如快速搜索随机树法一类的空间避障路径规划算法。为保证传递火炬与插拔钥匙过程中机械臂运动的平稳性,采用了结合包围盒欧氏距离的改进五次

多项式插补方法。

在机器人实际应用中,各个关节角的角度、角速度和角加速度都不能发生突变,否则会大大加重电机的负载,严重时可能导致电机损坏。五次多项式插补可以解决三次多项式插值方法中角速度变化不平滑、角加速度容易发生突变的问题。

五次多项式插补方程可以写作如下形式:

$$\begin{cases} \theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \\ \dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \\ \ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \end{cases}$$

在此方程的基础上添加对起始点与终点处角度、角速度、角加速度的约束方程。

$$\begin{cases} \theta(t_0) = \theta_0 = a_0 \\ \theta(t_f) = a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5 \\ \dot{\theta}(t_0) = \dot{\theta}_0 = a_1 \\ \dot{\theta}(t_f) = a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4 \\ \ddot{\theta}(t_0) = \ddot{\theta}_0 = 2a_2 \\ \ddot{\theta}(t_f) = 2a_2 + 6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3 \end{cases} \quad (15)$$

解方程得:

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \dot{\theta}_0 \\ a_2 = \ddot{\theta}_0 \\ a_3 = \frac{10\theta(t_f) - 10\theta(t_0)}{t_f^3} - \frac{4\dot{\theta}(t_f) + 6\dot{\theta}(t_0)}{t_f^2} - \frac{3\ddot{\theta}(t_0) - \ddot{\theta}(t_f)}{2t_f} \\ a_4 = \frac{15\theta(t_f) - 15\theta(t_0)}{t_f^4} + \frac{7\dot{\theta}(t_f) + 8\dot{\theta}(t_0)}{t_f^3} + \frac{3\ddot{\theta}(t_0) - 2\ddot{\theta}(t_f)}{2t_f^2} \\ a_5 = \frac{6\theta(t_f) - 6\theta(t_0)}{t_f^5} - \frac{3\dot{\theta}(t_f) + 3\dot{\theta}(t_0)}{t_f^4} - \frac{\ddot{\theta}(t_0) - \ddot{\theta}(t_f)}{2t_f^3} \end{cases} \quad (16)$$

若起始时刻与终止时刻机器人均为静止状态,则  $\theta(t_0)$ 、 $\dot{\theta}(t_0)$ 、 $\ddot{\theta}(t_0)$ 、 $\theta(t_f)$ 、 $\dot{\theta}(t_f)$ 、 $\ddot{\theta}(t_f)$  均为 0。此时方程的解可以简化为以下形式:

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = \frac{20 \cdot \theta(t_f) - 20 \cdot \theta(t_0)}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{30 \cdot \dot{\theta}(t_0) - 30 \cdot \dot{\theta}(t_f)}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12 \cdot \ddot{\theta}(t_f) - 12 \cdot \ddot{\theta}(t_0)}{2t_f^5} \end{cases} \quad (17)$$

在双臂机器人正常平稳工作时,五次多项式插补可以较为轻松地满足机械臂运动的各项需要,但

发生不在路径规划中的包围盒碰撞时,仍难以避免电机速度与加速度的突变。因此需要对五次多项式得到的轨迹点逐个进行测试,在发生碰撞或包围盒间最小距离小于安全值时取前一个轨迹点,重新进行五次多项式插值。

### 3 仿真与实验验证

#### 3.1 碰撞检测算法仿真

为验证本文采用的改进 GJK 算法的高效性,在空间中多次随机生成 2 个正四面体、正方体、正八面体以及正十二面体,分别应用分离轴定理 (separating axis theorem, SAT) 算法、原始 GJK 算法与改进 GJK 算法进行距离计算。结果如图 11 所示。

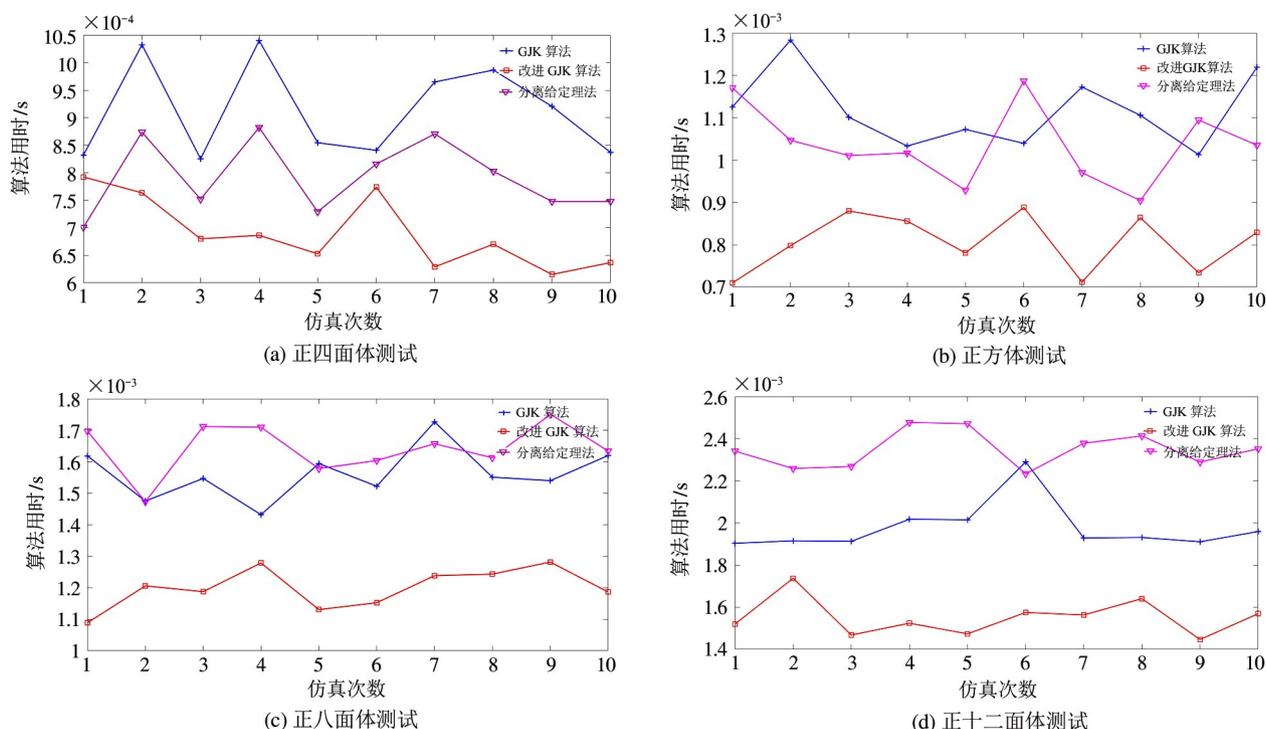


图 11 算法耗时对比

从图中不难看出,随着多面体形状变得复杂, SAT 算法耗时上升较快,而 GJK 算法更适合用于处理复杂的三维物体。对于各种形状、位于空间中随机位置的多面体,使用改进 GJK 算法进行碰撞检测耗时均比原始 GJK 算法少 5% ~ 25%,应用于机械臂的碰撞检测系统可以大幅提升实时性。

#### 3.2 机械臂控制仿真

为了验证本文提出方法的可行性,在 CoppeliaSim 软件中设定了一条有碰撞发生的机械臂运动轨迹,并使用其提供的 Matlab API 进行辅助计算。在机械臂由初始状态运动至图 12 所示的终止状态的过程中,机械臂由  $\theta_{\text{left\_start}} = \theta_{\text{right\_start}} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$  的初始状态运动至

$$\theta_{\text{left\_end}} = [28.97^\circ, 18.64^\circ, 41.96^\circ, 22.95^\circ, 33.56^\circ, 35.99^\circ, 9.32^\circ]$$

$$\theta_{\text{right\_end}} = -[28.97^\circ, 18.64^\circ, 41.96^\circ, 22.95^\circ, 33.56^\circ, 35.99^\circ, 9.32^\circ]$$

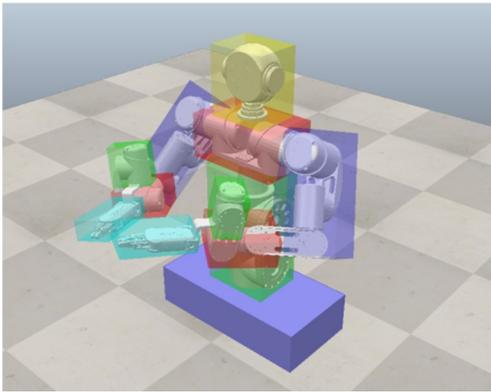


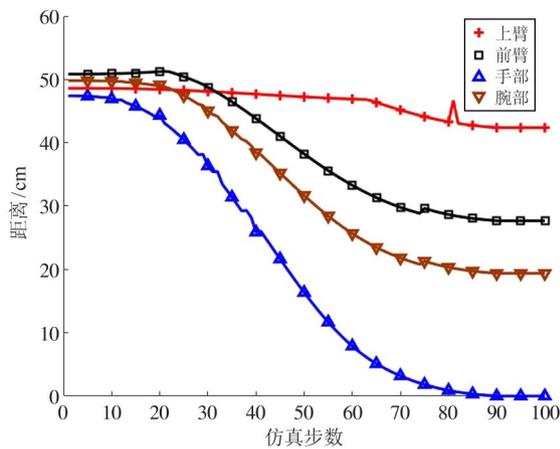
图12 终止状态机器人位姿

将这段运动进行不同方式的插值,并在 Matlab 中计算手臂各关节与其余包围盒的距离,同时记录各关节参数变化状况。参数变化状况如图 13 所示。

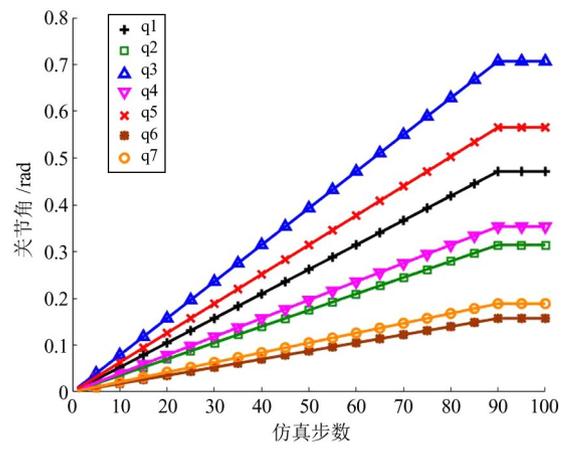
由图 13 可以看出,采用均匀插值法进行轨迹规划时,起始阶段与终止阶段均存在较大的角速度突变。如图 14 所示,采用五次多项式插值时,起始阶段的角速度变化较为平滑,但在发生了规划之外的自碰撞时,仍然不可避免地产生了较大的加速度。如图 15 所示,采用了基于安全工作范围的改良五次多项式轨迹插补法之后,得到了较好的运动轨迹,各关节角度变化平滑,角速度与角加速度无突变。

### 3.3 真实场景协同工作实验

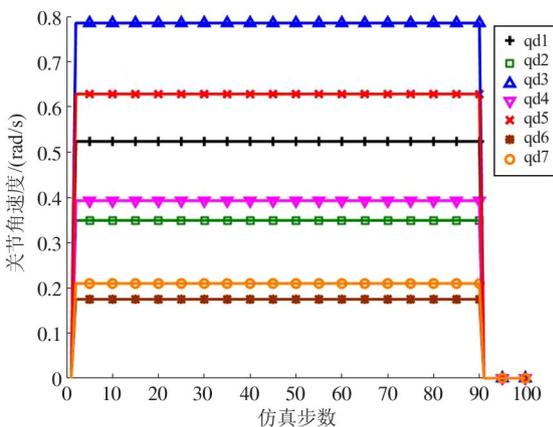
在火炬传递项目中,为了体现双臂机器人协同工作的能力,进行了插拔火炬点火钥匙的实验。在该实验中,机器人左手夹持一直径为5mm的杆型



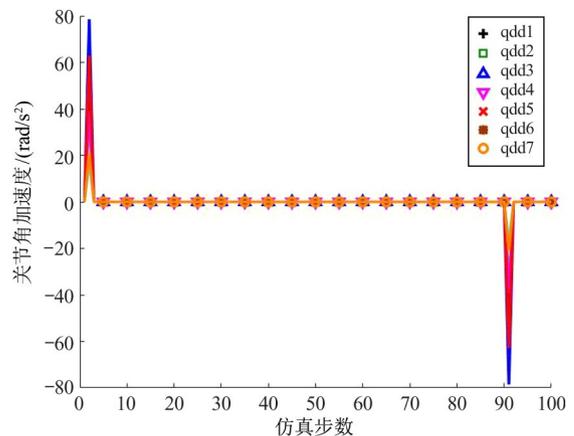
(a) 包围盒间距离



(b) 各关节角度

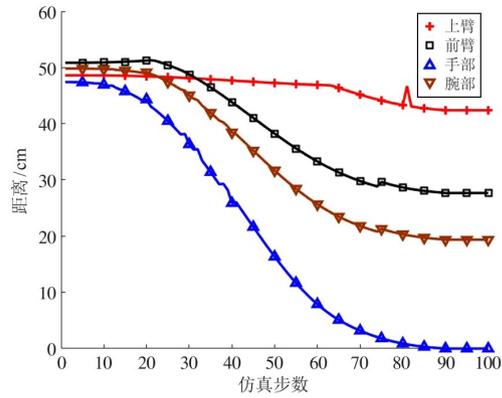


(c) 各关节角速度

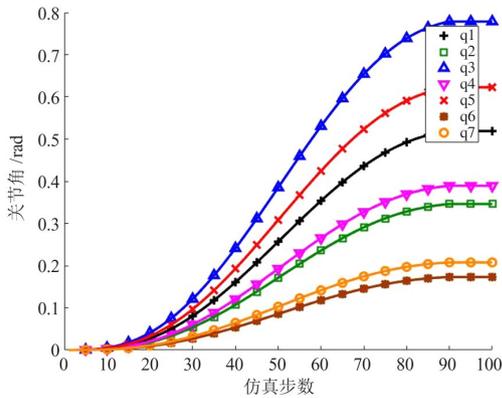


(d) 各关节角加速度

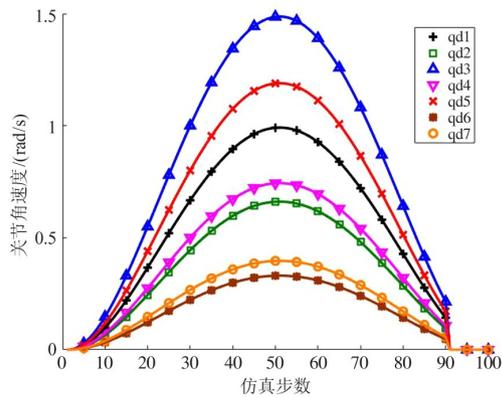
图13 均匀插值各关节运动过程



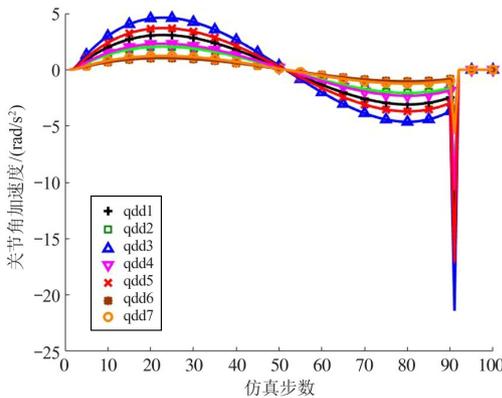
(a) 包围盒间距离



(b) 各关节角度

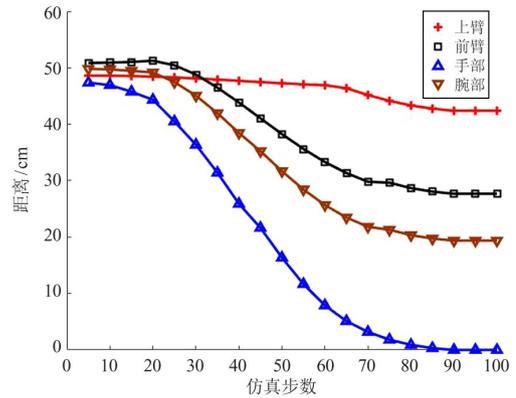


(c) 各关节角速度

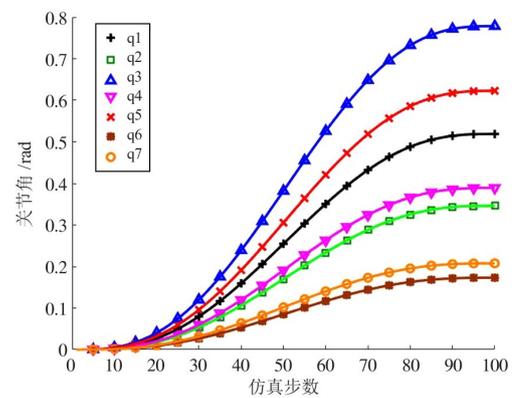


(d) 各关节角加速度

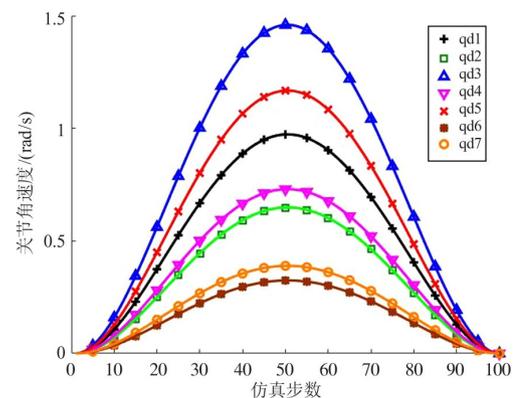
图 14 五次多项式插值各关节运动过程



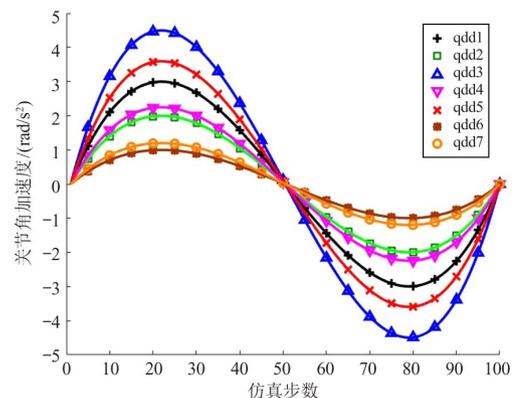
(a) 包围盒间距离



(b) 各关节角度



(c) 各关节角速度



(d) 各关节角加速度

图 15 改良五次多项式插值各关节运动过程

钥匙,右手夹持的火炬侧面开有一直径为 5.2 mm 的小孔,机器人的插拔钥匙过程完全自主进行,多次实验均能顺利完成指定工作。实验过程如图 16 所示。



图 16 协同工作实验

此外,机器人还与冰壶机器人进行了传递火炬实验。在冰壶机器人位姿不变的基础上,由双臂机器人对冰壶机器人所持火炬进行定位,并通过引导手臂末端位姿达到指定位置,使得夹爪所持火炬能够尽可能接近冰壶机器人所持火炬,进而达到火炬传递的目标,实验过程如图 17 所示。



图 17 与冰壶机器人火炬传递实验

实验中,虽然机器人顺利完成了指定的任务,但由于冰壶机器人属于动态障碍物,难以进行包围盒建模与碰撞检测,故仍存在碰撞风险,后续在这类多机器人协作的动态障碍物密集的环境,仍需安装力

传感器以保证安全工作。

## 4 结 论

本文针对机器人安全工作要求,为双七自由度臂机器人设计了一套控制系统,通过采用 OBB 包围盒建模与基于单纯形退化的改进 GJK 算法求欧氏距离相结合的方法,获得了良好的避碰撞能力。通过牛顿-辛普森迭代法以及改良五次多项式插值法,可以获得平稳、无突变的机械臂末端运动轨迹。机器人在实际场景中进行了插拔火炬点火钥匙与传递火炬实验,均能较好地完成指定工作。实验结果表明,所设计的双七自由度臂机器人控制系统具有良好的控制精度、较高的工作可靠性和较广的环境适应性,能够满足双机械臂协同工作的需求。

## 参考文献

- [ 1 ] HE Z, YUAN F, CHEN D, et al. Dynamic obstacle avoidance planning for manipulators of home[C]//2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). Dali:IEEE, 2019:2737-2742.
- [ 2 ] GLORIEUX E, RIAZI S, LENNARTSON B. Productivity/energy optimization of trajectories and coordination for cyclic multi-robot systems[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018,49:152-161.
- [ 3 ] INDRI M, TRAPANI S, LAZZERO I. Development of a virtual collision sensor for industrial robots[J]. Sensors, 2017,17:1148.
- [ 4 ] LIANG J, GONG Z, WANG W, et al. Dual quaternion based kinematic control for Yumi dual arm robot[C]//2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence. Jeju:IEEE, 2017:114-118.
- [ 5 ] PHUKAN S, MAHANTA C. A position synchronization controller for co-ordinated links (cool) dual robot arm based on integral sliding mode; design and experimental validation[J]. International Journal of Automation and Computing, 2021,18:110-123.
- [ 6 ] LIU Q, CHEN C Y, WANG C, et al. Common workspace analysis for a dual-arm robot based on reach ability [C]//2017 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference

- on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM). Ningbo: IEEE, 2017:797-802.
- [ 7 ] KIVEL T, MATTILA J, PUURA J, et al. Redundant robotic manipulator path planning for real-time obstacle and self-collision avoidance [ C ] // The 26th International Conference on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region. Cham: Springer, 2017:208-216.
- [ 8 ] KIM J O, KHOSLA P. Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions [ C ] // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco: IEEE, 2002:790-796.
- [ 9 ] ABHISHEK T S, SCHILBERG D, DOSS A S A. Obstacle avoidance algorithms: a review [ J ]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2021, 1012 ( 1 ):012052.
- [ 10 ] PALMIERI G, SCOCCIA C, PALPACELLI M C, et al. Motion planning and control of redundant manipulators for dynamical obstacle avoidance [ J ]. Machines 2021, 9 ( 6 ):121.
- [ 11 ] LI Y, WEI W, GAO Y, et al. PQ-RRT \* : an improved path planning algorithm for mobile robots [ J ]. Expert Systems with Applications, 2020, 152:113425.
- [ 12 ] 孟继君. 基于轴不变量的偏置型 6R 机械臂建模与运动规划研究 [ D ]. 南京:南京航空航天大学, 2019:39-64.
- [ 13 ] 李龙, 陈禾炜, 汪田鸿, 等. 基于接近觉的机械臂避障路径规划 [ J ]. 机器人, 2022, 44 ( 5 ):601-612.
- [ 14 ] 刘建春, 秦昆, 林彦锋, 等. 双机械臂碰撞检测算法研究 [ J ]. 机械传动, 2021, 45 ( 1 ):40-44, 70.
- [ 15 ] 陈永平, 何永艳, 王凯凯. 基于 ROS 的机械臂模型构建及优化方法研究 [ J ]. 微型电脑应用, 2020, 36 ( 2 ): 13-16.

## Research on the control system of cooperative work of double seven degrees of freedom arm robot

JIANG Yihan<sup>\*\*\*</sup>, WANG Ting<sup>\*</sup>, LI Yawei<sup>\*\*\*\*</sup>, SHAO Shiliang<sup>\*</sup>, WANG Ning<sup>\*\*\*\*\*</sup>, BI Jiankang<sup>\*\*\*\*\*</sup>, YAO Chen<sup>\*</sup>

( <sup>\*</sup> State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation,  
Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016 )

( <sup>\*\*</sup> School of Automation and Electrical Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159 )

( <sup>\*\*\*</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049 )

( <sup>\*\*\*\*</sup> School of Artificial Intelligence, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870 )

( <sup>\*\*\*\*\*</sup> College of Information Engineering, Shenyang University of Chemical Technology, Shenyang 110142 )

### Abstract

Aiming at the core problem of anti-collision in the coordinated motion planning of humanoid dual manipulators, an anti-collision algorithm for dual redundant manipulators is proposed. By establishing the oriented bounding box (OBB) bounding box model, combined with the improved Gilbert-Johnson-Keerth (GJK) algorithm based on simplex degradation, the distance between two bounding boxes is calculated, and the possibility of self-collision is judged according to the distance. Based on the Newton-Simpson iteration method, the inverse solution of the manipulator satisfying the specified end position is calculated, and then the modified quintic polynomial interpolation based on the Euclidean distance of the bounding box is performed to generate the end motion trajectory. The experimental results show that the control system can flexibly work together to complete various tasks including inserting and removing the torch key and torch relay related actions, and can effectively avoid collisions during the collaborative work process.

**Key words:** double-arm collaboration, seven-degree-of-freedom manipulator, oriented bounding box(OBB), Gilbert-Johnson-Keerth (GJK) algorithm, collision detection