

## 基于优先级预测器的无线网络化控制系统的动态传输策略<sup>①</sup>

闫文晓<sup>②</sup> 赵云波<sup>③</sup>

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

**摘要** 本文针对无线通信网络中存在丢包的多包传输无线网络化控制系统(WNCSs),提出了一种基于预测器的动态传输策略,在几乎不增加信道资源占用的情况下显著提升系统稳定性。在多包传输的无线网络化控制系统中,由于通信资源的限制,传感器到控制器间的数据传输中出现丢包问题,影响控制系统性能。针对这个问题,本文首先设计了优先级预测器来预测下一时刻每个传感器数据对系统稳定性的影响,帮助系统决策每个传感器的发送优先级;再通过传输调节器对不同优先级传感器补偿相应的随机退避时间上限,进而让优先级高的传感器在随机退避的方式下优先传输;然后在此策略下设计控制器使系统稳定;最后通过数值仿真验证了本文策略的有效性。

**关键词** 无线网络化控制系统(WNCS);多包传输;丢包;预测器;动态传输策略;指数稳定

### 0 引言

无线网络化控制系统(wireless networked control systems, WNCSs)一般是由传感器、控制器、执行器、被控对象和无线网络共同组成的闭环系统<sup>[1-2]</sup>。WNCSs 克服了传统控制系统的一些局限性,在传感器难以集中的分布式系统中有着得天独厚的优势<sup>[3-4]</sup>。因此,WNCSs 在电力系统、工业控制和物联网等诸多领域中得到了广泛应用<sup>[5-7]</sup>。

近年来,WNCSs 中的多包传输问题成为了新的研究热点,多包传输是指每一步的传感数据或控制数据通过多个单独的数据包传输<sup>[8]</sup>。尤其在含多个无线传感器的大型系统中,它们因地理因素分布广泛,难以把采集到的各部分的采样信息汇总并整合成单个数据包进行传输<sup>[9]</sup>。然而在多包传输方式下,WNCSs 容易出现时延不匹配、传感器多采样率和部分数据包丢失等问题<sup>[10-11]</sup>。多包传输的

WNCSs 丢包是一个重要的问题,它不仅会影响控制系统的性能,严重时甚至造成系统崩溃<sup>[12-13]</sup>。

相比传统控制系统的丢包,多包传输方式下的 WNCSs 的丢包问题更难以解决,其原因之一就是无线网络更容易受到限制<sup>[14]</sup>。不同于有线通信方式,无线网络信道采用随机退避的方式避免用户间的冲突。当无线网络信道拥塞时,站点通常会为每个用户分配一个随机的退避时间,退避时间少的用户可以更快地发送数据。不仅如此,用户等待退避时间结束过程中,若有用户占用了无线网络信道,退避时间计时会冻结,等待其发送完毕才能继续计时<sup>[15]</sup>。因此,随机等待时间往往会比随机退避时间更大。在实时性要求较高的系统中,若随机等待时间过长,数据传输时间超过系统采样周期,系统会主动丢弃这种过期无用的数据,这个过程造成了系统的主动丢包,这种情况往往会影响系统的性能。因此,如何在有限的通信资源下减少多包传输 WNCSs

① 科技创新 2030—“新一代人工智能”重大项目(2018AAA0100801),国家自然科学基金面上项目(62173317)和安徽省重点研发计划(202104a05020064)资助项目。

② 女,1996年,硕士生;研究方向:网络化控制;E-mail: 1127507858@qq.com。

③ 通信作者,E-mail: ybzhao@ustc.edu.cn。

(收稿日期:2022-03-22)

的丢包影响备受科研人员的关注。

迄今为止,很多方法和理论被应用到多包传输 WNCSSs 的丢包问题上。文献[16,17]讨论并分析了出现多包传输的原因。文献[18]建立了传感器到控制器通道和控制器到执行器通道中多包传输和丢包的 NCS 模型,并给出了多包传输 NCS 的稳定性条件,最后提出了一种新的控制器设计方法。文献[19]考虑到单包和多包传输并提供了新的 NCS 模型,通过将丢包过程建模为马尔可夫链给出了随机稳定性条件和控制器增益。文献[20]研究了多包传输策略下的 WNCSSs 在丢包和网络延迟的情况下的稳定性分析并建立了一种新颖的随机系统来描述 WNCSSs。这些研究明确考虑了多包传输的特征,但大多数集中在控制器设计方面,忽略了通过主动补偿丢失的部分数据来改善系统性能的可能性。文献[21]在基于包的神经网络控制框架下,针对多包传输的负面影响,采用基于包的控制方法,对控制器端的传感数据进行重构,对通信约束进行补偿,有效地解决了这个问题。文献[22]在文献[21]的基础上,设计了状态重构方法并提出了闭环系统的随机稳定性。文献[23]考虑到重建的系统状态和实际观察到的系统状态的准确度是不同的,将系统设置为切换系统,对重构部分和系统最新接收状态信息分别设计了反馈增益。以上这些研究缺少了对不同状态信息的重要性考虑,每个传感器测的状态信息对系统的影响程度是不同的,对系统影响越大的状态信息越重要。传输过程中数据包的丢失,可能导致对系统影响较大的数据包无法及时到达控制器,造成系统性能下降,若在传输数据时联合考虑数据信息重要性将有助于提高控制系统性能。

基于以上分析,本文提出了基于预测器的动态传输(predictor-based dynamic transmission, PBDT)策略,在几乎不增加无线网络信道资源占用下,减少系统丢包的影响,提高系统稳定性。PBDT 策略由优先级预测器、传输调节器和控制器 3 部分组成。首先,针对多包传输的 WNCSSs 的传感器无差别地竞争发送数据后传输中产生丢包问题,设计了优先级预测器,实时预测下一时刻每个传感器数据对 WNCSSs 保持系统稳定的重要性,帮助系统决策每个传感器

的发送优先级;其次,设计了传输调节器,通过对不同优先级传感器补偿相应的随机退避时间上限,进而让优先级高的传感器数据在随机退避的方式下优先传输;然后,在此传输策略下设计控制器使系统稳定;最后,通过数值仿真验证了所提出方法的有效性。本文组织结构如下:第 1 节描述研究问题,第 2 节详细说明了 PBDT 策略,第 3 节给出了闭环系统指数稳定的充分条件和控制器的求解方法,第 4 节通过仿真验证了该策略的有效性,第 5 节总结全文。

## 1 问题描述

如图 1 所示,为本文考虑的多包传输 WNCSSs 被控对象模型可被描述为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^m$  分别表示系统的状态向量和输入向量,  $\mathbf{x}(k) = [x^1(k), x^2(k), \dots, x^n(k)]^T$ , 其中  $\mathbf{x}(k)$  为系统的状态信息,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  分别为系统的状态矩阵和输入矩阵。

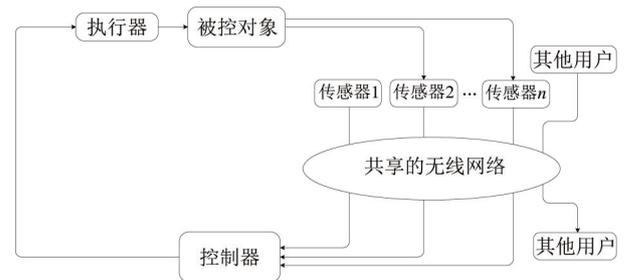


图 1 多包传输 WNCSSs 控制框图

图 1 中,传感器到控制器间采用多包传输的方式进行数据传输,所有传感器使用同一信道,系统其他环节使用的有线网络可看作完美传输。由于无线网络与其他应用或用户共享,将会造成信道拥塞,传感器数据可能因为等待时间  $t_w$  过长,从而无法在一个采样周期内传输到控制器,系统会主动丢包。如 IEEE802.11 使用带有冲突避免的载波侦听多路访问(carrier sense multiple access with collision avoid, CSMA/CA)协议,协议规定接入拥塞信道时,站点会随机分配退避时间以避免数据的碰撞。退避时间越长,发送数据所等待的时间越久,造成主动丢包的概

率就越大。

因系统规模小以及实时性高,时延的影响可忽略不计。每个传感器独立地向控制器发送数据,传输过程中的丢包过程服从独立的伯努利分布,可用  $\alpha_k^r$  来描述第  $r$  个传感器数据  $x^r(k)$  是否传输成功。

$$\alpha_k^r = \begin{cases} 1 & x^r(k) \text{ 传输成功} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

本文的目标是针对使用多用户共享的多包传输 WNCSSs,因信道拥塞产生主动丢包的情况下,设计合适的数据传输策略,减少丢包对系统所带来的影响。其难点在于,在网络信道资源限制的丢包情况下,如何确定数据重要性的标准以及设计相应的数据传输策略。因此,本文的研究问题具有一定的挑战性。

## 2 PBDT 策略设计

本节针对共享无线网络中丢包的多包传输 WNCSSs 设计了 PBDT 传输策略。该策略的主要思想如下:(1)为了尽可能地减少主动丢包对系统所造成的影响,设计优先级预测器在当前时刻预测下一时刻各传感器数据对系统的重要性,帮助传输调节器进行决策;(2)设计合理的传感器数据传输调节规则,降低高优先级数据的等待时间,提高低优先级数据的等待时间,让对系统更重要的数据优先传输;(3)在上述基础上,设计了状态反馈控制器,减少数据连续丢失的影响,保证系统稳定性。根据以上思想,该策略由优先级预测器、传输调节器和控制器组成,如图 2 所示。下面将分别详细介绍这 3 部分。

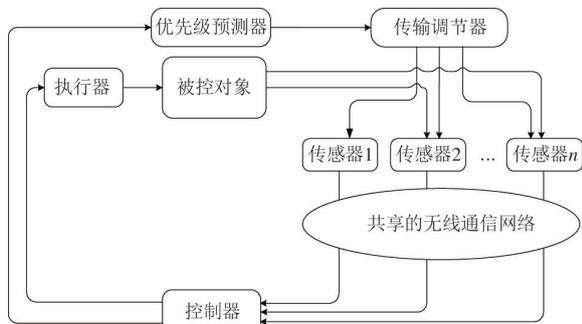


图 2 PBDT 策略下的 WNCSSs 示意图

### 2.1 优先级预测器

在线性反馈下,因系统式(1)存在丢包,控制器

只能获得系统部分状态  $\Theta_k \mathbf{x}(k)$ , 因此控制输入为

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\Theta_k \mathbf{x}(k) \quad (3)$$

其中,  $\Theta_k = \begin{bmatrix} \alpha_k^1 & & & \\ & \alpha_k^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_k^n \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{K}$  为增益矩阵。

控制器把收到的信息转发到优先级预测器,  $k + 1$  时刻系统状态有:

$$\mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{K}\Theta_k \mathbf{x}(k) \quad (4)$$

优先级预测器根据式(4)得到  $(k + 1)$  时刻状态向量。

线性离散系统满足大范围渐近稳定,在  $k$  时刻传感器  $r$  的数据  $x^r(k)$  丢失,若使  $\Delta V(\mathbf{x}(k))$  变大,则系统可能失稳,即系统稳定性越依赖  $x^r(k)$ 。

在线性系统中,每个传感器数据对系统的控制作用满足叠加性:

$$\mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{K}(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \cdots + \mathbf{A}_n)\mathbf{x}(k) \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n$  均为对角矩阵,且满足:

$$(\mathbf{A}_r)_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j = r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

优先级预测器计算  $(k + 1)$  时刻传感器  $r$  的数据丢失对系统的影响。

定义  $\tilde{\mathbf{u}}^r(k + 1)$ , 其表示在传感器  $r$  数据丢失时的系统控制输入:

$$\tilde{\mathbf{u}}^r(k + 1) = \mathbf{K}\mathbf{\Gamma}(r)\mathbf{x}(k + 1) \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{\Gamma}(r) \in \mathbf{A}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{\Gamma}(r)\mathbf{x}(k + 1)$  表示传感器  $r$  的数据丢失。

$$\mathbf{\Gamma}_{ij}(r) = \begin{cases} 1 & i = j \neq r \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

进一步地,优先级预测器计算受  $(k + 1)$  时刻传感器  $r$  数据  $x^r(k + 1)$  丢失影响的系统状态  $\tilde{\mathbf{u}}^r(k + 2)$ :

$$\tilde{\mathbf{u}}^r(k + 2) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k + 1) + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{\Gamma}(r)\mathbf{x}(k + 1) \quad (9)$$

**命题 1** 若离散系统式(4)在线性反馈控制输入  $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{x}(k)$  下能够保持稳定,  $V(\mathbf{x}(k))$  是系统的一个李雅普诺夫函数:

$$V(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{x}^T(k)\mathbf{P}\mathbf{x}(k) \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{P}$  是正定对称矩阵, 当  $h(k+1, r)$  值越大时, 若  $(k+1)$  时刻传感器  $r$  丢失, 系统的稳定性越差。  
 $h(k+1, r)$

$$= (\mathbf{BK}\Gamma(r)\mathbf{x}(k+1))^T\mathbf{P}(2\mathbf{A} + \mathbf{BK}\Gamma(r))\mathbf{x}(k+1) \quad (11)$$

**证明** 根据李雅普诺夫大范围稳定定理  $\Delta V(\mathbf{x}(k))$  决定了系统的收敛速度, 其值越小表明系统稳定性越好。

$$\Delta V(k) = V(\mathbf{x}(k+1)) - V(\mathbf{x}(k)) \quad (12)$$

$k+1$  时刻系统  $x^r(k+1)$  发生丢包, 其他数据传输成功的情况下,  $(k+2)$  时刻李雅普诺夫函数为

$$V(\tilde{\mathbf{u}}^r(k+2)) = (\tilde{\mathbf{u}}^r(k+2))^T\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{u}}^r(k+2)) \quad (13)$$

进一步有:

$$\Delta \tilde{V}^r(\mathbf{x}(k+1)) = V(\tilde{\mathbf{u}}^r(k+2)) - V(\mathbf{x}(k+1)) \quad (14)$$

则  $(k+1)$  时刻传感器  $r$  发生丢包对系统收敛速度的变化有:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{V}^r(\mathbf{x}(k+1)) - \Delta V(\mathbf{x}(k+1)) &= V(\tilde{\mathbf{x}}^r(k+2)) - V(\mathbf{x}(k+1)) \\ &\quad - (V(\mathbf{x}(k+2)) - V(\mathbf{x}(k+1))) \\ &= \mathbf{x}^T(k+1)(\mathbf{A} + \mathbf{BK}\Gamma(r))^T\mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}\Gamma(r))\mathbf{x}(k+1) \\ &\quad - \mathbf{x}^T(k+1)(\mathbf{A} + \mathbf{BK})^T\mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{x}(k+1) \\ &= \mathbf{x}^T(k+1)\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}\Gamma(r)\mathbf{x}(k+1) \\ &\quad + \mathbf{x}^T(k+1)\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) \\ &\quad + \mathbf{x}^T(k+1)\Gamma^T(r)\mathbf{K}^T\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) \\ &\quad + \mathbf{x}^T(k+1)\Gamma^T(r)\mathbf{K}^T\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}\Gamma(r)\mathbf{x}(k+1) + c \\ &= (\mathbf{BK}\Gamma(r)\mathbf{x}(k+1))^T\mathbf{P}(2\mathbf{A} + \mathbf{BK}\Gamma(r))\mathbf{x}(k+1) + c \\ &= h(k+1, r) + c \end{aligned} \quad (15)$$

得到式(13), 其中  $c \in \mathbb{R}$  为任意常数。命题 1 得证。

命题 1 表示,  $h(k+1, r)$  越大时,  $(k+1)$  时刻由传感器  $r$  丢失对系统稳定性破坏越大, 传感器  $r$  在  $(k+1)$  时刻重要性越高。

设计优先级预测器:

$$J(r, k+1) = \text{sort}\{h(k+1, r) \mid r = 1, 2, \dots, n\} \quad (16)$$

其中,  $\text{sort}(\cdot)$  表示从大到小的排名, 最大值排名为 1, 最小值排名为  $n$ ;  $J(r, k+1)$  为优先级预测器给出的  $(k+1)$  时刻传感器  $r$  的传输优先级。

**注 1** 命题 1 表明,  $(k+1)$  时刻传感器  $r$  数据的重要性不仅与控制量有关, 还与开环输出有关。仅仅根据控制量变化来预测传感器数据的优先级, 效果可能不够理想; 若使用  $\frac{\partial V(\mathbf{x}(k))}{\partial x^r(k)}$  作为系统优

优先级指标, 数据丢失, 其变化方向可能为正也可能为负, 李雅普诺夫函数变化方向也是不定的, 进而某些时刻性能可能会下降, 具体效果将在第 4 节中给出。

## 2.2 传输调节器

**假设 1** 传感器  $r$  以随机退避的方式接入无线网络信道时, 信道已发生拥塞, 传感器  $r$  需要随机等待一段时间  $t_w$ , 才能发送数据。

$$0 < t_w = t_\tau + t_{tr} + t_{ISF} < t_w^{\max} \quad (17)$$

其中,  $t_\tau$  表示随机退避时间,  $t_{tr}$  等待其他数据传送的时间,  $t_{ISF}$  表示数据帧间间隔引起的等待时间,  $t_w^{\max}$  表示最大随机等待时间,  $t_w$  包含其他等待时间可忽略不计。通常,  $t_\tau$  的增大也会引起  $t_{tr}$  和  $t_{ISF}$  的增大。

**假设 2**  $t_\tau, t_{tr}$  和  $t_{ISF}$  的变化满足线性关系:

$$t_w^{\max} = \lambda t_\tau^{\max} \quad (18)$$

其中  $\lambda > 1, \lambda \in \mathbb{R}$  为退避时间系数。

**假设 3** 等待时间满足均匀分布:

$$t_w \sim U(0, t_w^{\max}) \quad (19)$$

一般而言, 由于网络资源受限, 系统在随机退避方式下的传输成功率为

$$\Pr(\alpha_k^r = 1) = \Pr(t_r < T) = \min\left(\frac{T}{t_w^{\max}}, 1\right) \quad (20)$$

其中  $T$  为系统采样周期。

对每个传感器根据式(16)、(20)等距地补偿等待时间, 则等待时间上限  $\tilde{t}_w^{\max}(k, r)$  为

$$\tilde{t}_w^{\max}(k, r) = \tilde{t}_w^{\max} + \frac{2(\tilde{t}_w^{\max} - T)}{n-1}(J(k, r) - \frac{n+1}{2}) \quad (21)$$

根据式(18)对传感器  $r$  的退避时间上限  $\tilde{t}_\tau^{\max}$  的设置如下, 则传输调节器设计可表示为

$$\tilde{t}_\tau^{\max}(k, r) = \frac{\tilde{t}_\tau^{\max}(k, r)}{\lambda} \quad (22)$$

系统依据优先级分配等待时间上限后有:

$$\Pr(\tilde{\alpha}_k^l = 1) = \min\left(\frac{T}{\tilde{t}_w^{\max}(k, r)}, 1\right) \quad (23)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^n \tilde{t}_w^{\max}(k, r)}{n} = \tilde{t}_w^{\max} \quad (24)$$

式(23)表明动态随机退避上限下系统平均最大上限不会增加,即传输调节器几乎不会增加系统的信道资源占用。

### 2.3 控制器设计

对系统闭环系统式(1),采用线性反馈控制:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{x}(k) + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_k) \hat{\mathbf{x}}(k)) \quad (25)$$

构造变量  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  和  $\bar{\mathbf{x}}(k)$ :

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}(k) \quad (26)$$

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{x}(k) + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_k) \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (27)$$

数据丢包使用上一时刻的开环响应进行反馈控制,这样做的好处是:(1)补偿数据缺失带来的影响;(2)能降低某个传感器连续丢包带来的影响。

定义:

$$\boldsymbol{\eta}^T(k) = [\mathbf{x}^T(k), \hat{\mathbf{x}}^T(k)] \quad (28)$$

则闭环控制系统可以改写为

$$\boldsymbol{\eta}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\eta}(k) \quad (29)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{BK}\boldsymbol{\Theta}_k & \mathbf{BK}(\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_k) \\ \mathbf{A}\boldsymbol{\Theta}_k & \mathbf{A}(\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_k) \end{bmatrix} \quad (30)$$

### 3 稳定性分析和控制增益设计

接下来的系统分析中,会使用到以下定义。

**定义 1**<sup>[24]</sup> 对于线性离散系统式(1),如果系统的状态解  $\mathbf{x}(k)$  满足  $\|\mathbf{x}(k)\| \leq \sigma^k \|\mathbf{x}(0)\|$ , 其中  $0 < \sigma < 1$ , 则该系统是指数稳定的,  $\sigma$  为系统的衰减率。

**引理 1** 对于给定的正定对称矩阵  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ , 并且它们有合适的维度,如果存在标量  $\gamma > 0$  满足不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X} & \gamma\mathbf{Y}^T & 0 \\ \gamma\mathbf{Y} & -2\gamma\mathbf{I} & \mathbf{Z}^T \\ 0 & \mathbf{Z} & -\mathbf{Z} \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

则有:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X} & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & -\mathbf{Z}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

**定理 1** 对于给定的控制增益矩阵  $\mathbf{K}$ , 如果存在标量  $s \in (0, 1), \beta > 0$  和对称正定矩阵  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  满足:

$$\begin{cases} \beta\mathbf{I} < \mathbf{Q} < \mathbf{I} \\ \begin{bmatrix} -\mathbf{Q} + s\mathbf{I} & \boldsymbol{\Phi}^T \\ \boldsymbol{\Phi} & -\mathbf{Q} \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (33)$$

则系统式(29)是指数稳定的,并且衰减率  $\mu = \sqrt{1-s}$ 。

**证明** 设系统的李雅普诺夫函数为

$$V(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{P} \boldsymbol{\eta}(k) \quad (34)$$

假设  $\lambda_1 = \min \lambda(\mathbf{P})$  和  $\lambda_2 = \max \lambda(\mathbf{P})$  分别为  $\mathbf{P}$  的最大特征值和最小特征值,有:

$$\lambda_1 \mathbf{I} < \mathbf{P} < \lambda_2 \mathbf{I} \quad (35)$$

$$\lambda_1 \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 < V(k) < \lambda_2 \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 \quad (36)$$

李雅普诺夫函数的差分方程为

$$\begin{aligned} -\Delta V(\mathbf{x}(k)) &= V(\mathbf{x}(k)) - V(\mathbf{x}(k+1)) \\ &= \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{P} \boldsymbol{\eta}(k) - \boldsymbol{\eta}^T(k) \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\eta}(k) \\ &= \boldsymbol{\eta}^T(k) (\mathbf{P} - \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Phi}) \boldsymbol{\eta}(k) \\ &\geq v \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 \end{aligned} \quad (37)$$

令  $v = \min \lambda(\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Phi} - \mathbf{P})$ , 根据式(35)、(36)可得:

$$\lambda_1 \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 - \lambda_2 \|\boldsymbol{\eta}(k+1)\|^2 > v \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 \quad (38)$$

$$\|\boldsymbol{\eta}(k+1)\|^2 \leq \frac{\lambda_1 - v}{\lambda_2} \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2 \quad (39)$$

进一步地,

$$\|\boldsymbol{\eta}(k+1)\|^2 \leq \left(\frac{\lambda_1 - v}{\lambda_2}\right)^k \|\boldsymbol{\eta}(0)\|^2 \quad (40)$$

因为  $0 \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \leq 1$ , 所以令衰减率  $\mu = \sqrt{\frac{\lambda_1 - v}{\lambda_2}}$ 。

将约束条件式(35)、(38)改写成:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \mathbf{I} < \frac{\mathbf{P}}{\lambda_2} < \mathbf{I} \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} + v\mathbf{I} & \boldsymbol{\Phi}^T \\ \boldsymbol{\Phi} & -\mathbf{P}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (42)$$

两边同时乘以  $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \\ \sqrt{\lambda_2} \end{bmatrix}$ , 令  $s = \frac{v}{\lambda_2}$ ,  $\beta =$

$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ,  $Q = \frac{P}{\lambda_2}$  可得:

$$\begin{bmatrix} -Q + sI & \Phi^T \\ \Phi & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (43)$$

得到约束条件,证明完毕。

**定理 2** 若存在标量  $0 < v < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $\gamma > 0$  以及满足合适维度的矩阵  $Q$  和  $\hat{K}$ , 满足下列优化的约束:

$$\begin{aligned} \max \quad & s \\ \text{s. t.} \quad & \beta I < Q < I \\ & \begin{bmatrix} -Q + sI & \gamma\Phi^T & 0 \\ \gamma\Phi & -2\gamma I & Q^T \\ & Q & -Q \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (44)$$

其中,

$$\gamma\Phi = \begin{bmatrix} \gamma A + B\hat{K}\Theta_k & B\hat{K} \\ \gamma A\Theta_k & \gamma A(I - \Theta_k) \end{bmatrix} \quad (45)$$

则闭环系统式(28)是指数稳定的,且控制增益矩阵有:

$$K = \frac{\hat{K}}{\gamma} \quad (46)$$

**证明** 根据 Schur 补引理很容易证明此定理。优化变量相乘可用锥补线性化算法求解。

上述 PBDT 策略可以总结为算法 1。

#### 算法 1 PBDT 策略

1. 通过推论 1 求解系统控制增益  $K$ ;
2. 初始化系统状态  $x(0)$ , 和初始随机退避时间上限  $t_r^{\max}$ ;
3.  $0, 1$  时刻传感器  $r (r = 1, 2, \dots, n)$  使用初始随机退避时间的接入信道;
4. 控制器根据式(3)生成控制量, 并把控制量转发到优先级预测器;
5. 通过式(11)预测下一时刻传感器  $r$  的重要性  $h(k+1, r)$ ;
6. 通过式(16)得到传感器  $r$  数据发送优先级  $J(k+1, r)$ ;

7. 传输调节器通过式(22)对传感器  $r$  的随机退避时间进行调节;
8. 传感器使用调节后的动态随机退避上限接入信道, 发送数据, 转到步骤 4。

## 4 数值仿真

本节中将用一个数值仿真的例子来验证 PBDT 策略的效果。

考虑如下三阶不稳定系统<sup>[25]</sup>:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (47)$$

其中系统矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} -0.85 & 0.271 & -0.488 \\ 0.482 & 0.100 & 0.24 \\ 0.002 & 0.3681 & 0.707 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.3 & -0.4 \\ 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

依据本文方法的求得控制增益矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} -1.0455 & 0.735 & 0.4536 \\ -0.7978 & 0.230 & 0.606 \end{bmatrix} \quad (48)$$

系统初始状态  $x(0) = [-7 \ 6 \ 4]^T$ , 系统采样周期为  $T = 0.01$  s。设置超参数无策略下传输成功率  $\Pr(\alpha = 1) = 0.4$ 。退避时间系数  $\lambda = 100$ , 原始随机退避时间上限  $t_r^{\max} = 0.025$  ms。

系统仿真结果如图 3~7 所示。

上述参数设置下,系统丢包情况如图 3 所示,采用 PBDT 策略后,系统平均丢包率无提升,表明 PBDT 策略几乎不增加信道资源的占用。图 4 为无策略的系统状态轨迹,控制器使用开环响应补偿丢包数据,经过一段时间的波动后系统达到稳定。图 5 为相同设置 PBDT 策略的系统状态轨迹,采用 PBDT 策略后,系统的收敛速度更快,几乎以没有波动的轨迹趋于稳定,即系统在 PBDT 策略下有了更好的性能。图 6 为优先级预测器使用作为传感器  $r$  的重要性指标,结果表明相同实验设置下,对系统有一定的提升,但效果比 PBDT 策略差,这也验证了注 1 的理论解释。图 7 是图 4、5 和 6 实验设置的李雅普诺夫函数的轨迹对比图,无策略时系统李雅普诺夫函数下降最慢,李雅普诺夫函数导数指标下的 PBDT 策略

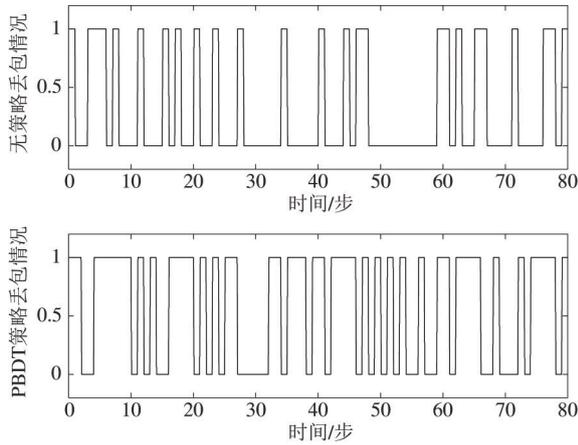


图 3 系统丢包情况示意图

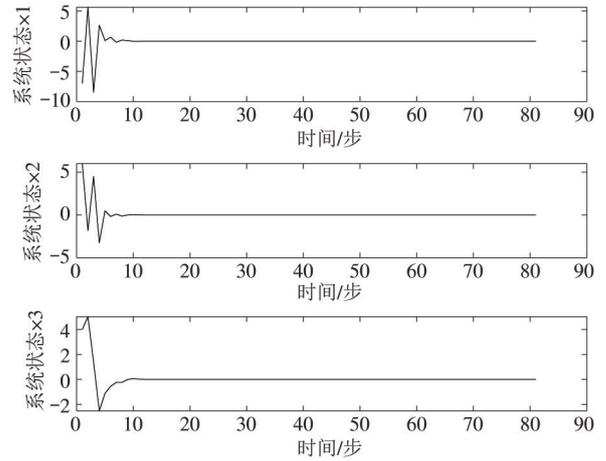


图 6 李雅普诺夫函数导数指标下的系统状态轨迹图

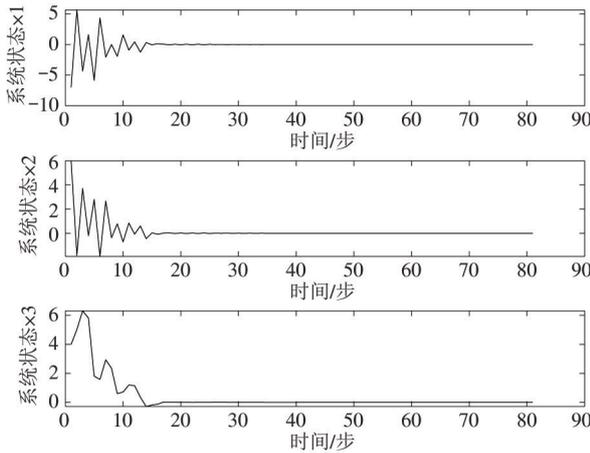


图 4 无策略下的系统状态轨迹图

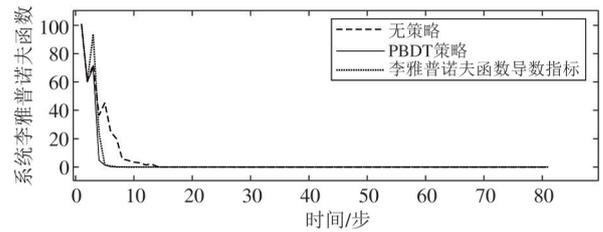


图 7 系统李雅普诺夫函数轨迹对比图

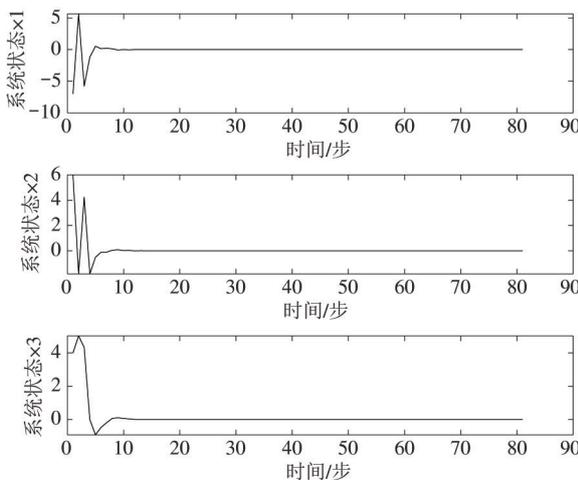


图 5 PBDT 策略下的系统状态轨迹图

次之,PBDT 策略下的李雅普诺夫函数下降最快。可见,在相同丢包率下,采用 PBDT 策略显著提升系统性能。

## 5 结论

本文针对 WNCSs 因网络拥塞造成的主动丢包问题设计了 PBDT 策略。通过数学证明和仿真实验说明了 PBDT 在不消耗额外信道资源的情况下,可在一定程度上减小丢包带来的影响,提升系统性能。PBDT 策略能广泛应用于通信资源有限下存在丢包的控制系统中。以后研究将进一步探索在系统参数不确定的情况下确定数据的重要性,这将加深对 PBDT 的探索。

## 参考文献

- [ 1 ] CUI Y, XU L. Networked control for linear systems with forward and backward channels in presence of data transmission delays, consecutive packet dropouts and disordering[J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358 (8):4121-40.
- [ 2 ] 卢洁莹,李俊辉,苏为洲. 有损信道下网络化系统的均方最优渐近跟踪[J]. 控制理论与应用, 2021, 38 (11):1761-1771.
- [ 3 ] ZHANG X M, HAN Q L, GE X, et al. Networked con-

- control systems: a survey of trends and techniques [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2019,7(1):1-17.
- [ 4 ] 赵云波, 袁征, 朱创. 无线网络化控制系统的功率感知事件触发策略及其闭环稳定性[J]. 控制理论与应用, 2020,37(4):881-887.
- [ 5 ] ZENG T, SEMIARI O, SAAD W, et al. Joint communication and control for wireless autonomous vehicular platoon systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019,67(11):7907-7922.
- [ 6 ] JI B, ZHANG X, MUMTAZ S, et al. Survey on the internet of vehicles: network architectures and applications [J]. IEEE Communications Standards Magazine, 2020, 4(1):34-41.
- [ 7 ] 任玮. 面向物联网的软件定义网络控制技术[D]. 北京:北京邮电大学, 2021.
- [ 8 ] ZHU X L, YANG G H. State feedback controller design of networked control systems with multiple-packet transmission[J]. International Journal of Control, 2009, 82(1):86-94.
- [ 9 ] LJEŠNJANIN M, QUEVEDO D E, NEŠIĆ D. Packetized MPC with dynamic scheduling constraints and bounded packet dropouts [J]. Automatica, 2014, 50(3):784-797.
- [ 10 ] SHEN Y, WANG Z, DONG H, et al. Multi-sensor multi-rate fusion estimation for networked systems: advances and perspectives [J]. Information Fusion, 2022, 82:1-27.
- [ 11 ] CABALLERO-ÁGUILA R, HERMOSO-CARAZO A, LINARES-PÉREZ J. Networked distributed fusion estimation under uncertain outputs with random transmission delays, packet losses and multi-packet processing [J]. Signal Processing, 2019,156:71-83.
- [ 12 ] ELAHI A, ALFI A, MODARES H.  $H_{\infty}$  Consensus of homogeneous vehicular platooning systems with packet dropout and communication delay[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 52(6):3680-3691.
- [ 13 ] WANG Z, FUKUSHIMA S. Control strategy for networked control systems with time delay and packet dropout using linear matrix inequalities[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2020(1):1-11.
- [ 14 ] SADI Y, ERGEN S C, PARK P. Minimum energy data transmission for wireless networked control systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(4):2163-2175.
- [ 15 ] HE Y, SUN J, MA X, et al. Semi-random backoff: towards resource reservation for channel access in wireless LANs [J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2012,21(1):204-217.
- [ 16 ] SONG H. Design and stability analysis of uncertain networked predictive control systems with multiple forward channels [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014,2014:1-11.
- [ 17 ] WU C. Practical models and control methods with data packets loss on NCS[C]//2006 IET International Conference on Wireless, Mobile and Multimedia Networks. Hangzhou: IET, 2006:1-4.
- [ 18 ] ZHU X L, YANG G H. Stability analysis and state feedback control of networked control systems with multipacket transmission[C]//2008 American Control Conference. Seattle: IEEE, 2008:3133-3138.
- [ 19 ] WU J, CHEN T. Design of networked control systems with packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007,52(7):1314-1319.
- [ 20 ] JIANNING L, HONGYE S, ZHENG GUANG W, et al. Stabilization of wireless networked control system with multi-packet transmission policy[C]//Proceedings of the 31st Chinese Control Conference. Hefei: CCC, 2012.
- [ 21 ] ZHAO Y B, KIM J, YANG G H, et al. Model-based compensation for multi-packet transmission in networked control systems[C]//2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011:3136-3141.
- [ 22 ] ZHAO Y B, HUANG T, KANG Y, et al. Stochastic stabilisation of wireless networked control systems with lossy multi-packet transmission [J]. IET Control Theory and Applications, 2019,13(4):594-601.
- [ 23 ] ZHAO Y B, HE J T, ZHU Q H, et al. Classification-based control for wireless networked control systems with lossy multipacket transmission[J]. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2019, 14(11):1667-1672.
- [ 24 ] MA D, ZHAO J. Stabilization of networked switched linear systems: an asynchronous switching delay system ap-

proach[J]. Systems and Control Letters, 2015, 77:46-54.  
[25] HU S, YAN W Y. Stability of networked control systems

under a multiple-packet transmission policy [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(7):1706-1711.

## Dynamic transmission strategy of wireless networked control system based on priority predictor

YAN Wenxiao, ZHAO Yunbo

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

### Abstract

A dynamic transmission strategy based on a prioritized predictor is designed for wireless networked control systems(WNCSs) with multi-packet transmission, yielding dramatically improved system performance almost without any cost of increased communication channel resources. Due to the limited communication resources, packet dropouts are inevitable in multi-packet wireless networked control systems. To deal with such an issue, a prioritized predictor is first designed to predict the impact of each sensor data on the system stability at the next moment, for the purpose of determining the data transmission priority of each sensor. Then, a transmission regulator is designed to determine, for each sensor, the upper bound of its random backoff time, to ensure that a sensor with a higher priority transmits earlier. A controller is also designed to stabilize the system. Finally, the effectiveness of the proposed strategy is verified by numerical simulations.

**Key words:** wireless networked control system(WNCS), multi-packet transmission, packet dropout, predictor, dynamic transmission strategy, exponential stability