doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.03.007

# 基于标幺化两相吸引律的永磁同步电机有限时间速度控制 $^{ m O}$

# 吴春②牛德军陈强

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘 要 针对带有负载力矩以及其他干扰的永磁同步电机(PMSM)调速系统,提出一种 基于标幺化两相吸引律的 PMSM 有限时间速度控制方法。首先将被控转速误差标幺化 以构造具有理想误差动态特性的两相吸引律;其次基于该两相吸引律设计速度控制器,同 时设计有限时间扩张状态观测器估计系统中存在的未建模动态与外部干扰,实现了转速 跟踪误差有限时间收敛;然后构造 Lyapunov 函数分析所提控制方法的稳定性;最后实验 验证了所提方法的可行性。实验结果表明,所提方法能够实现快速、无超调的速度跟踪, 具有良好的动、静态性能与抗干扰能力。

关键词 永磁同步电机(PMSM);标幺化;两相吸引律;有限时间控制;有限时间扩张状态观测器(FTESO)

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)因其可靠性、高效率和高功率密度而 在工业领域广泛应用。目前,在实际的电机伺服控 制系统中,常采用比例积分(proportion integration, PI)控制器,然而这种"基于反馈误差来消除误差" 的控制方案会带来快速性与超调之间的矛盾,即很 难实现即快又稳的跟踪控制指令。并且随着温度、 磁场饱和、运行频率等工况变化,电机参数会改变, 导致传统的 PI 控制器控制性能下降。

针对上述问题,近年来一些先进控制策略,如滑 模控制、反步法、自抗扰控制技术等被应用于 PMSM 的驱动控制系统中。滑模控制在系统存在参数、负 载变化以及其他外部干扰时能表现出强抗扰动能 力<sup>[1]</sup>,但使用高增益开关函数带来了系统抖振问 题<sup>[2]</sup>。文献[3]提出了一种自适应终端滑模趋近律 以减小抖振,并缩短永磁同步电机的到达时间。文 献[4]通过引入非线性项来削弱系统抖振,并且设 计了终端滑模观测器对外部扰动进行估计,提高了 控制系统的快速性与鲁棒性。文献[5]提出了一种 新型趋近律,结合状态变量和滑模变量设计趋近律。

该控制律以开关函数的绝对值为界,在趋近阶段,控 制输入主要由滑模变量的大小来决定;在滑动阶段, 则主要由状态变量决定,有效抑制了抖振的产生。 文献[6]用终端滑模具有有限时间收敛的特性,设 计了一种终端滑模观测器来抑制干扰。文献[7]提 出了一种新型切换型两相幂次趋近律,在远离滑模 面与靠近滑模面时均具有较快的收敛速度。自抗扰 控制(active disturbance rejection controller, ADRC) 将系统的外部扰动与内部参数不确定性归结为"集 总扰动",由扩张状态观测器(extend state observer, ESO)来估计集总扰动,简化了控制器设计,具有强 抗干扰能力。其中,线性 ESO 因其参数整定简单, 已应用于电机控制中<sup>[8]</sup>。为进一步提高 ESO 的收 敛速度与估计精度,研究人员设计了非线性 ESO 以 提高系统抗扰动能力。文献[9]提出了一种非线性 的漏斗型函数来设计扩张状态观测器,有效处理了 传统高增益观测器存在的"峰值问题"。文献[10] 从频域的角度分析了线性 ESO 存在相位滞后的问 题,并设计了一种相位超前补偿的扩张状态观测器。 在没有增加非线性项的同时,提高了观测器的跟踪

① 国家自然科学基金面上项目(61973274)和国家自然科学基金青年项目(52007169)资助。

② 男,1987年生,博士,副教授;研究方向:电机控制;联系人,E-mail: wuchun @ zjut. edu. cn。 (收稿日期;2022-08-19)

精度。

有限时间控制是一种先进的控制方法,其在平 衡点处拥有更好的收敛性能以及更好的抗负载性 能[11-12]。文献[13]对多智能体系统提出了一种有 限时间吸引子(finite duration attractor, FDA),将跟 踪误差的收敛过程分为两阶段,并证明了跟踪误差 能够在有限时间内收敛至原点。但是,两相吸引律 中幂次项的切换是通过判断被控误差与"1"之间的 大小关系进行的,实际中可能存在该切换点不合适, 从而影响控制性能。文献「14]提出利用齐次系统 设计有限时间观测器的方法,并给出了理论证明。 近些年来,有限时间控制越来越多地应用于伺服电 机控制中。文献[15]利用齐次系统理论设计了一 种有限时间电机调速控制方法和有限时间扰动观测 器,进一步提高了系统受扰时的跟踪精度。文献[16] 设计了有限时间电流环和速度环串级控制器,相比 电流环 PI 控制器,提高了控制器带宽以及动态性 能。

基于以上分析,本文提出一种基于标幺化两相 吸引律的 PMSM 有限时间速度控制方法。首先将 被控转速误差进行标幺化处理,构造理想误差收敛 曲线,设计标幺化两相吸引律。同时针对系统中存 在的内外扰动问题,设计一种有限时间 ESO 对系统 的集总扰动进行观测及补偿。实验验证了所提方法 的有效性。

1 PMSM 数学模型

本文以表贴式永磁同步电机为研究对象,基于转子磁场定向的矢量控制,忽略磁滞损耗,在同步旋转 dq 坐标系下的 PMSM 的电磁转矩T。可以表示为

运动学方程可以表示为

$$T_{\rm e} - T_{\rm L} = \frac{J}{p_{\rm n}} \frac{\mathrm{d}\omega_{\rm r}}{\mathrm{d}t} + \frac{B}{p_{\rm n}} \omega_{\rm r} \qquad (2)$$

其中, $T_{L}$ 表示负载转矩, $\omega_{r}$ 表示机械角速度,J为转动惯量,B为粘滞摩擦系数。

在表贴式永磁同步电机中, L<sub>d</sub> = L<sub>a</sub>, 于是结合

式(1)与式(2),可以建立 PMSM 机械角速度与 q 轴 电流的一阶系统:

$$\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = b_1 i_{\mathrm{qRef}} + d(t) \tag{3}$$

其中,  $b_1 = 3p_n\psi_f/2J$  为一个常数, 集总扰动项 d(t)=  $b_1(i_q - i_{qRef}) - (p_nB\omega_r + p_nT_L)/J$ 包括 q 轴电流环 的控制误差、负载转矩以及摩擦力等,  $i_{qRef}$  为给定 q 轴电流参考值。

永磁同步电机矢量控制常规调速系统控制结构 框图如图 1 所示。图中,  $\omega_{\text{rRef}}$  为给定转速,  $\omega_{\text{r}}$  为实 际转速,  $i_{\text{dRef}}$  为给定 d 轴电流参考值。采用  $i_{\text{dRef}} = 0$ 控制策略。



图 1 PMSM 矢量控制常规调速系统控制结构框图

# 2 基于标幺化两相吸引律的 PMSM 速度控制设计

为了实现永磁同步电机调速系统的高性能控制,本文提出一种基于标幺化的两相吸引律 PMSM 速度控制方法,以实现转速跟踪误差有限时间收敛。 为了克服常规两相吸引律切换点必须为"1"的局限 性,将被控转速误差标幺化,以实现系统控制律可以 根据转速跟踪误差在任意设定点进行切换,增强设 计的灵活性,并改善系统动态性能。同时为了解决 两相吸引律设计过程中未考虑外部及内部扰动的问 题,设计有限时间扩张状态观测器估计集总扰动并 实时补偿。

#### 2.1 标幺化两相吸引律设计

按照吸引律方法设计控制律,首先需要指定吸 引律的形式,本文设计一种标幺化两相吸引律如下:  $\dot{e}_{pu} = -\rho e_{pu} - k_0 e_{pu}^{\alpha(e_{pu})}$  (4) 其中, $\rho > 0, k_0 > 0$ ,将系统跟踪误差 e 标幺化处理

– 283 –

后得到  $e_{\mu\nu}$ ,  $e_{\mu\nu} = e/e_b$ ,  $e_b$  表示系统转速误差基准值。 幂次项  $\alpha$  的表达式如式(5)所示。

$$\alpha(e_{pu}) = \begin{cases} p_1/q_1 & |e_{pu}| \ge 1 \\ q_2/p_2 & |e_{pu}| < 1 \end{cases}$$
(5)

其中,  $p_1$ 、 $q_1$ 、 $p_2$ 、 $q_2$ 均为正奇数, 且满足0 <  $q_1$  <  $p_1$ , 0 <  $q_2$  <  $p_2$ 。此时系统控制律将会以该 $e_b$  作为切换 点, 以实现系统控制律可以根据转速误差在任意值 开始切换。

如图2所示,设置误差初值 $e(0) = 3000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ , 误差基准值分别为700 r · min<sup>-1</sup>、1400 r · min<sup>-1</sup>、 2200 r · min<sup>-1</sup>,其他参数相同,可以发现误差的收 敛时间随着 $e_h$ 的增大逐渐缩短。



当误差初值  $e(0) > e_b$  时,  $\alpha(e_{pu}) = p_1/q_1$ , 于 是式(4)可以改写为

$$e_{\rm pu}^{-p_1/q_1}(t)\dot{e}_{\rm pu} = -\rho e_{\rm pu}^{1-p_1/q_1}(t) - k_0 \tag{6}$$

设误差初值 e(0) 经过时间  $t_1$  收敛至  $e = e_b$ , 通 过求解式(6),可以得到:

$$t_{1} = \frac{q_{1}}{\rho(p_{1} - q_{1})} \ln\left(\left(1 + \frac{k_{0}}{\rho}\right) / \left(e_{pu}^{-p_{1}/q_{1} + 1}(0) + \frac{k_{0}}{\rho}\right)\right)$$
(7)

当误差  $e = e_b$  收敛至 e = 0 时,  $\alpha(e_{pu}) = q_2/p_2$ , 所需时间  $t_2$  由式(8)可得:

$$e_{pu}^{-q_2/p_2}(t_2)\dot{e}_{pu} = -\rho e_{pu}^{1-q_2/p_2}(t_2) - k_0$$
(8)  

$$\mathbb{I} \mathbb{I}:$$

$$t_2 = \frac{p_2}{\rho(p_2 - q_2)} \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_0}\right)$$
(9)

于是当误差初值 
$$e(0) > e_b$$
 时,由式(7)和式(8)

可得,收敛时间 t 为

$$t = \frac{q_1}{\rho(p_1 - q_1)} \ln\left(\left(1 + \frac{k_0}{\rho}\right) / \left(e_{p_1}^{-p_1/q_1 + 1}(0) + \frac{k_0}{\rho}\right)\right) + \frac{p_2}{\rho(p_2 - q_2)} \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_0}\right)$$
$$\leqslant \frac{1}{\rho} \left(\frac{q_1}{(p_1 - q_1)} + \frac{p_2}{(p_2 - q_2)}\right) \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_0}\right) (10)$$

当误差初值 *e*(0) < *e*<sub>b</sub> 时,由式(8)可以得到此时的收敛时间 *t*<sub>3</sub> 为

$$t_{3} = \frac{p_{2}}{\rho(p_{2} - q_{2})} \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_{0}} e_{pu}^{-p_{2}/q_{2}+1}(0)\right)$$
$$\leqslant \frac{p_{2}}{\rho(p_{2} - q_{2})} \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_{0}}\right)$$
(11)

由式(10)和式(11)可知,误差收敛时间的上界 仅与吸引律的参数相关,并且系统在有限时间内达 到稳定,收敛时间上界满足:

$$t_{\rm sup} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{1}{(p_1/q_1 - 1)} + \frac{1}{(1 - q_2/p_2)} \right) \ln\left(1 + \frac{\rho}{k_0}\right)$$
(12)

注1 由式(12)可知,跟踪误差 e 可以实现有限时间收敛,收敛时间与 $\rho_{\lambda}k_{0\lambda}p_{1}/q_{1\lambda}q_{2}/p_{2}$ 及初始误差 e(0)有关,可以通过增大 $\rho_{\lambda}k_{0\lambda}p_{1}/q_{1}$ 和减小 $q_{2}/p_{2}$ 来缩短收敛时间。由式(10)和式(11)可知,误差初值相同时, $e_{b}$ 越大系统的收敛时间越短,并且收敛时间减小至一定程度后继续增加误差基准值收敛时间不会继续减小。

### 2.2 PMSM 速度控制律设计

在数字系统中,PMSM 标幺化两相吸引律速度 控制设计,需要先将系统模型与吸引律方法离散化, 采用前向欧拉法离散化系统模型(式(3))后得:

$$\omega_{\rm r}(k+1) = \omega_{\rm r}(k) + T_{\rm s}(b_1 i_{\rm qRef}(k) + d(k))$$
(13)

其中,T<sub>。</sub>为速度环采样周期。

同理,吸引律(式(4))离散化后得:

$$e_{pu}(k+1) = e_{pu}(k) - T_{s}(\rho e_{pu}(k) + k_{0}e_{pu}^{\alpha(e_{pu})}(k))$$
(14)

定义系统跟踪误差  $e(k) = \omega_{\text{rRef}}(k) - \omega_{\text{r}}(k)$ , 并结合式(13)可以推导出:

$$e(k+1) = \omega_{\text{rRef}}(k+1) - \omega_{\text{r}}(k) - T_{\text{s}}(b_{1}i_{\text{qRef}}(k) + d(k))$$
(15)

— 284 —

为了与吸引律式(14)量纲统一,将式(15)进行标幺化处理,选择转速基准值 $\omega_{b} = e_{b}$ ,可得:

$$e_{pu}(k+1) = \frac{\omega_{rRef}(k+1) - \omega_{r}(k)}{\omega_{b}}$$
$$-\frac{T_{s}}{\omega_{b}}(b_{1}i_{qRef}(k) + d(k)) \quad (16)$$

将式(14)代入式(16)可以得出系统有限时间 控制律为

$$i_{qRef}(k) = \frac{1}{T_{s}b_{1}}(\omega_{rRef}(k+1) - \omega_{r}(k) - \omega_{b}e_{pu}(k)) + \frac{\omega_{b}}{b_{1}}(\rho e_{pu}(k) + k_{0}e_{pu}^{\alpha(e_{pu})}(k)) - \frac{d(k)}{b_{1}}$$
(17)

由于控制律式(17)中出现了干扰 d(k),实际 系统无法直接使用,所以需要对其进行补偿。本文 设计如下形式的有限时间扩张状态观测器(finite time extend state observer, FTESO)对其进行估计并 进行补偿。

$$\begin{cases} e_o = z_1 - \omega_r \\ \dot{z}_1 = z_2 + b_1 \dot{i}_{qRef} - \beta_1 \operatorname{sign}(e_o) \mid e_o \mid^{\alpha_1} \\ \dot{z}_2 = -\beta_2 \operatorname{sign}(e_o) \mid e_o \mid^{\alpha_2} \end{cases}$$
(18)

其中,  $z_1$  为转速  $\omega_r$  的估计值,  $z_2$  为集总扰动项 d(t) 的观测值,  $e_o$  表示观测误差,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  为输出误差增 益, 采用文献[17] 提出的带宽法进行参数整定, 幂 次项  $\alpha_2 = 2\alpha_1 - 1, 0.5 < \alpha_1 < 1_o$ 

引理1<sup>[14]</sup> 定义一个向量函数:

$$f(\xi) = (f_1(\xi), f_2(\xi), \cdots, f_n(\xi))^{\mathrm{T}}$$
(19)

对于任意满足给定的 $\varepsilon > 0$ ,都存在 $(r_1, \dots, r_n) \in \mathbb{R}^n$ ,其中, $r_i > 0$ , $i = 1, \dots, n$ ,使得该函数满足:

 $f_i(\varepsilon^{r_1}\xi_1,\varepsilon^{r_2}\xi_n,\cdots,\varepsilon^{r_n}\xi_n) = \varepsilon^{k+r_i}f_i(\xi), \ \forall \xi \in \mathbb{R}^n$ (20)

其中, $k > \min(r_i, i = 1, \dots, n)$ ,则称该函数关于扩 张  $(r_1, \dots, r_n)$ 具有齐次性,且齐次度为k,称该系统 为具有齐次度为k的齐次系统。

引理 2<sup>[14]</sup> 对于系统式(18),如果参数满足:

$$\frac{n-1}{n} < \alpha < 1 \tag{21}$$

$$\alpha_{i} = i\alpha - (i - 1), \ 1 \le i \le n$$
(22)

则系统式(18)是关于  $i\alpha - (i - 2)\alpha_{1 \le i \le n}$  具有  $\alpha - 1$ 的齐次度,其中 n 表示系统阶数。

**引理3**<sup>[14]</sup> 若一个系统满足原点是局部 Lyapunov 稳定的,并且具有负的齐次度,则称该系统是 有限时间收敛的。

证明 对系统式(18)进行有限时间收敛证明。

根据引理1和引理2,由于 $\alpha_2 = 2\alpha_1 - 1, 0.5 < \alpha_1 < 1$ ,则二阶系统式(18)具有 $\alpha_1 - 1$ 的齐次度,且 $\alpha_1 - 1 < 0$ 。

对于系统式(18),可以得到系统速度估计误差 与干扰估计误差分别为 e<sub>1</sub>,e<sub>2</sub>,则:

$$E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 - \omega \\ z_2 - d \end{bmatrix}$$
(23)

对其进行求导:

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 & -\dot{\omega} \\ \dot{z}_2 & -\dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 \operatorname{sign}(e_1) + e_1 + e_1 \\ -\beta_2 \operatorname{sign}(e_1) + e_1 + e_2 \end{bmatrix}$$
(24)

构造 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{\beta_2}{1 + \alpha_2} |e_1|^{1 + \alpha_2} + 0.5e_2^2$$
(25)

对式(25)求导后可以得到:

$$\dot{V} = -\beta_2 \operatorname{sign}(e_1) | e_1 |^{\alpha_2} \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2$$
  
=  $-\beta_1 \beta_2 \operatorname{sign}(e_1) | e_1 |^{\alpha_2 + \alpha_1}$   
+  $\beta_2 \operatorname{sign}(e_1) | e_1 |^{\alpha_2} e_2$   
 $-\beta_2 \operatorname{sign}(e_1) | e_1 |^{\alpha_2} e_2$   
=  $-\beta_1 \beta_2 \operatorname{sign}(e_1) | e_1 |^{\alpha_2 + \alpha_1} < 0$  (26)

因此根据引理3,系统式(18)具有负的齐次度, 并且是 Lyapunov 稳定的,则系统式(18)是有限时间 收敛的。

此时可以得到经 FTESO 补偿后的控制律 FDA-FTESO 为

$$i_{qRef}(k) = \frac{1}{T_{s}b_{1}}(\omega_{rRef}(k+1) - \omega_{r}(k) - \omega_{b}e_{pu}(k)) + \frac{\omega_{b}}{b_{1}}(\rho e_{pu}(k) + k_{0}e_{pu}^{\alpha(e_{pu})}(k)) - \frac{z_{2}}{b_{1}}$$
(27)

于是可以得到控制律式(27)的结构框图,如 图 3所示。



图 3 FDA-FTESO 控制方法速度控制律结构框图

# 2.3 性能分析

考虑到系统式(3)中存在集总扰动项 d(t),吸 引律式(4)并不能准确地刻画受到扰动后的系统跟 踪误差的动态收敛性能,因此将式(13)代入式(27) 中以得到基于标幺化两相吸引律的理想误差动态方 程:

$$\dot{e}_{\rm pu} = -\rho e_{\rm pu} - k_0 e_{\rm pu}^{\alpha(e_{\rm pu})} + \tilde{d}$$
(28)

其中,  $\tilde{d} = \hat{d} - d$  表示干扰估计误差, 假设扰动 d 有 上界并满足  $\tilde{d} \leq \bar{d}$ ,  $\bar{d}$  为干扰估计误差的上界值。

**定理1** 考虑 PMSM 速度误差系统式(16),在 吸引律式(28)作用下,系统跟踪误差 $e_{\mu\nu}$ 经过有限时 间收敛到( $-\Delta_{ss}, \Delta_{ss}$ )的对称区域内,其中:

$$\Delta_{\rm ss} \le \min(\left(\bar{d}/k_0\right)^{1/\alpha}, \, \bar{d}/\rho) \tag{29}$$

证明 选取 Lyapunov 函数  $V = e_{pu}^2/2$ , 对 V 求导并将式(28)代入得:

$$\dot{V} = \dot{e}_{pu}e_{pu} = -\rho e_{pu}^{2} - k_{0}e_{pu}^{\alpha+1} + \vec{d} e_{pu}$$

$$\leq -\rho e_{pu}^{2} - k_{0} | e_{pu} |^{\alpha+1} + \vec{d} | e_{pu} |$$

$$\leq -\rho e_{pu}^{2} - (k_{0} | e_{pu} |^{\alpha} - \vec{d}) | e_{pu} | \qquad (30)$$

式(30)中,为保证  $\dot{V}$ 为一个负定矩阵,则需  $k_0 | e_{pu} |^{\alpha}$ -  $\bar{d} > 0$ 成立,解得 |  $e_{pu} | > (\bar{d}/k_0)^{1/\alpha}$ ,即稳态误差 带满足  $\Delta_{ss1} \leq (\bar{d}/k_0)^{1/\alpha}$ 。

当 
$$|e_{pu}| > (\overline{d}/k_0)^{1/\alpha}$$
 时,由式(30)可知:

$$\dot{V} \leqslant -\rho e_{\rm ou}^2 = -2\rho V \tag{31}$$

通过求解式(31)可以得到系统跟踪误差 $e_{pu}$ 由  $e_{pu}(0)$ 收敛至 $\Delta_{ss1}$ 时所需的时间 $T_1 \leq T_{1sup}, T_{1sup}$ 为 $T_1$ 的上界时间,计算如下:

$$T_{1sup} = \int_{V_1}^{V_0} 1/(2\rho V) \, \mathrm{d}V$$
  
- 286 —

$$= (\ln V_0 - \ln V_1)/(2\rho)$$
  
=  $(\ln e_{pu}^2(0)/2 - \ln((\bar{d}/k_0)^{2/\alpha}/2))/(2\rho)$   
(32)

根据条件  $p_1, q_1, p_2, q_2$  均为正奇数,由  $\alpha$  的定义 可知  $e_{p_1}^{\alpha+1} > 0$  恒成立,因此可以将式(30)重写为

$$\dot{V} = \dot{e}_{pu} e_{pu} = -\rho e_{pu}^2 - k_0 e_{pu}^{\alpha+1} + \tilde{d} e_{pu}$$
$$\leqslant -k_0 e_{pu}^{\alpha+1} - (\rho \mid e_{pu} \mid -\bar{d}) \mid e_{pu} \mid$$
(33)

同理此时有 $\rho \mid e_{pu} \mid -\bar{d} > 0$ , 解得  $\mid e_{pu} \mid > \bar{d}/\rho$ ,

即稳态误差带满足 $\Delta_{\rm ss2} \leq \bar{d}/\rho_{\circ}$ 

当 
$$|e_{pu}| > \bar{d}/\rho$$
时,由式(33)可知:  
 $\dot{V} \leq -k_0 e_{pu}^{\alpha+1} = -k_0 (2V)^{(\alpha+1)/2}$  (34)

则系统跟踪误差  $e_{pu}$ 由  $e_{pu}(0)$ 收敛至 $\Delta_{ss2}$ 时所需的时间  $T_2 \leq T_{2sup}$ ,  $T_{2sup}$ 为  $T_2$ 的上界时间, 计算如下:

$$T_{2sup} = \int_{V_2}^{V_0} \frac{1}{k_0 2^{(1+\alpha)/2}} V^{(1+\alpha)/2} dV$$
  
=  $\frac{2^{(1-\alpha)/2}}{k_0 (1-\alpha)} (V_0^{(1-\alpha)/2} - V_2^{(1-\alpha)/2})$   
=  $\frac{1}{k_0 (1-\alpha)} ((e_{pu}(0))^{1-\alpha} - (\bar{d}/\rho)^{1-\alpha})$   
(35)

因此定理1得证。

**注2** 由式(32)与式(35)可知,系统将会在有限时间内收敛至稳态误差带内,并由式(29)可知, 稳态误差带与扰动上界有关,较大的ρ和k<sub>0</sub>可以减 小稳态误差带,但是参数设置过大时会增大控制律 增益。因此,ρ和k<sub>0</sub>的取值需综合考虑系统的稳态 性能与控制律增益。

# 3 实验结果分析

为验证所提控制策略的有效性,在一个对拖电 机伺服实验平台上进行验证,如图4所示。该实验 平台上的测试电机与负载电机通过连轴器连接,通 过测试电机验证算法的正确性。负载电机工作在转 矩模式,对测试电机实现突加、突减负载。通过示波 器观察电机转速以及q轴电流的实验波形。电流环 采用积分(proportional integral,PI)控制器且参数相 同,电流环执行频率为20 kHz,速度环执行频率为 2 kHz。两台电机的参数相同,如表1 所示。



图4 驱动平台

表	1	电机	驱动	平	台	参	数
~~		- D 1/1	, - <u>, -</u> , -, -, -, -, -, -, -, -, -, -, -, -, -,		ы	"	~

参数	数值	参数	数值
$d_q$ 轴电感 $L_d, L_q/H$	0.000 193	额定母线电压/V	48
定子电阻 $R_s/\Omega$	0.15	额定相电流/A	7
永磁体磁链 $\psi_{\rm f}$ /Wb	0.0156	额定功率/W	400
系统转动惯量	0.0001	额定扭矩/(N・m)	1.27
J∕(kg・m²) 极对数p <sub>n</sub>	5	额定转速/(r・min <sup>-1</sup> )	3 000
		, ,	

为验证本文所提方法具有快速收敛无超调的 特性,与传统的 PI 控制器进行实验对比。实验中为 保证不同方法之间的对比公平性,在给定转速为 3 000 r・min<sup>-1</sup>时,分别将 2 种控制器的参数调好, 使其达到各自的最优效果。PI 控制器的比例增益 与本文所提方法中的比例增益相同, $k_p$  = 0.28,  $\rho$  =  $k = bk_p/2 = 304.5$ , PI 控制器积分增益  $k_i = 0.002$ , 切换幂次项参数  $p_1 = 7$ ,  $q_1 = 5$ ,  $q_2 = 3$ ,  $p_2 = 5$ , 转 速误差基准值设置为 2 200 r・min<sup>-1</sup>,有限时间状态 观测器带宽  $\omega_0$  设计为 100 Hz。空载时在 400 ms 给 定转速 3 000 r・min<sup>-1</sup>,2 种控制方法下的实验结果 如图 5 所示。

从图中可以看出, PI 控制方法下系统的上升时 间均为135 ms,本文所提方法下系统的上升时间大 约为100 ms,且无超调现象,跟踪速度上升曲线较光 滑。而 PI 控制存在明显的超调现象,并且系统经过 460 ms 达到稳定。

进一步地,在电机运行在 500 r · min<sup>-1</sup>时,通过 负载电机给测试电机施加 25% 额定负载,然后给定 转速为 3 000 r · min<sup>-1</sup>,来验证本文所提方法的带载 启动性能。观测器带宽设置为 36 Hz,其他实验参数 与图 5 一致,实验结果如图 6 所示。



从图 6 可以看出,本文所提方法下系统的稳定 时间大约为 145 ms,且无超调现象发生。PI 控制方 法下系统的上升时间为 150 ms,在 560 ms 处达到稳 定,并且有明显的超调现象。

为了验证转速基准值 $e_b$  对系统收敛状态的影响,分别设置转速误差基准值 $e_b$  为 700 r · min<sup>-1</sup>、1 400 r · min<sup>-1</sup>,保持其他参数不变,实验结果如图 7 所示。图 7(a)、(b)中系统的上升时间依次为 130 ms 和 120 ms,并结合图 5 可知,随着 $e_b$  的增加,系统的收敛时间在不断减小,符合理论分析。





为验证本文所提 FTESO 的抗负载扰动特性,与 文献[8]所提线性扩张状态观测器(linear extend state observer, LESO)进行实验对比, LESO设计带宽 同 FTESO 一致。在电机运行在 3 000 r · min<sup>-1</sup>时, 利用负载电机实现突加突减额定负载,其他参数保 持不变,实验结果如图8所示。



从图中可以看出,PI 控制方法的扰动抑制能力 最弱,受扰时系统产生的转速波动较大。LESO 具 有一定的扰动抑制能力,系统受扰时的转速波动相 比 PI 控制方法小,恢复时间快。FTESO 扰动抑制能 力最强,系统受到扰动时转速几乎没有波动。

#### 结论 4

为提高永磁同步电机调速系统的速度跟踪性能 和抗干扰能力,提出一种基于标幺化两相吸引律的 永磁同步电机有限时间速度控制方法。通过将被控 转速跟踪误差标幺化,得到标幺化两相吸引律,目设 定不同标幺基值可以灵活调整转速跟踪收敛速度, 增强了两相吸引律设计的灵活性。同时,针对调速 系统中存在的集总扰动,设计了有限时间扩张状态 观测器实时估计集总扰动并补偿。实验结果表明, 相比常规的速度环 PI 控制器和 LESO,本文所提方 法具有更快的速度跟踪性能以及更强的抗干扰能 力。

## 参考文献

- [1] TASNIM K N, ISLAM M K, HAQUE M S, et al. A novel speed controller of ultra-high-speed PMSM for a-mechanically-based-antenna (AMEBA) [C] // IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC). Houston, USA: IEEE, 2022:137-144.
- [2] INCREMONA G P, RUBAGOTTI M, TANELLI M, et al. A general framework for switched and variable gain higher order sliding mode control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021,66(4):1718-1724.
- [3] JUNEJO A K, XU W, MU C, et al. Adaptive speed control of PMSM drive system based a new sliding-mode reaching law [ J ]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020,35(11):12110-12121.
- [4] CHEN Y, ZHU P, ZHANG P, et al. Hybrid slidingmode position-tracking control for servo system with external disturbance [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2021,9(5):5478-5488.
- [5] WANG Y, FENG Y, ZHANG X, et al. A new reaching law for antidisturbance sliding-mode control of PMSM

speed regulation system[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020,35(4):4117-4126.

- [6] XU W, JUNEJO A K, LIU Y, et al. An efficient antidisturbance sliding-mode speed control method for PMSM drive systems[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021,36(6):6879-6891.
- [7] 陈强,朱健宏,陶玫玲.基于两相幂次趋近律的航天 器姿态控制[J],控制与决策,2022,37(5):1145-1152.
- [8] 段超, 刘亚静, 孙章军, 等. 基于线性扩张状态观测器的电流谐波抑制[J], 微电机, 2022,55(2):51-55.
- [9] CHENG Y, REN X, ZHENG D, et. al. Non-linear bandwidth extended-state-observer based non-smooth funnel control for motor-drive servo systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022,69(6);6215-6224.
- [10] WEI W, ZHANG Z, ZUO M. Phase leading active disturbance rejection control for a nanopositioning stage[J]. ISA Transactions, 2021,8:218-231.
- [11] 陈维乐,都海波.一种基于齐次系统理论的二阶离散 超螺旋控制算法[J].控制理论与应用,2022,39(4): 761-769.
- [12] 张小华, 刘慧贤, 丁世宏, 等. 基于扰动观测器和有限时间控制的永磁同步电机调速系统[J]. 控制与决

策,2009,24(7):1028-1032.

- [13] SUN M X. Two-phase attractors for finite-duration consensus of multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020,50(5): 1757-1765.
- PERRUQUETTI W, FLOQUET T, MOULAY E. Finitetime observers: application to secure communication[J].
   IEEE Transactions on Automatic Control, 2008,53(1): 356-360.
- [15] DU H, WEN G, CHENG Y, et al. Design and implementation of bounded finite-time control algorithm for speed regulation of permanent magnet synchronous motor
   [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(3):2417-2426.
- [16] WANG Y, YU H, LIU Y. Speed-current single-loop control with overcurrent protection for PMSM based on timevarying nonlinear disturbance observer [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022,69(1):179-189.
- [17] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning[C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference. Denver, USA: ACC, 2003:4989-4996.

# A finite-time control method for permanent magnet synchronous motors based on a per-unit two-phase attraction law

WU Chun, NIU Dejun, CHEN Qiang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

#### Abstract

A finite-time speed control method based on per-unit two-phase attraction law is proposed for permanent magnet synchronous motors (PMSM) suffering from load torque and other disturbances, etc. Firstly, the speed is transformed into the per-unit value to construct a per-unit two-phase attraction law with ideal error dynamic characteristic curve. Then, based on the two-phase attractive law, a speed controller is designed. At the same time, a finite time extend state observer is designed to estimate the unmodeled dynamics and external disturbances in the system, and finite time convergence of the speed tracking errors is realized. Secondly, Lyapunov function is constructed to analyze the stability of the proposed control method. Finally, the proposed method is verified in a PMSM drive platform. The experimental results show that the proposed method achieves fast speed tracking without overshoot, and demonstrate its good dynamic and steady-state performance and anti-disturbance ability.

Key words: permanent magnet synchronous motor(PMSM), per-unit, two-phase attraction law, finite time control, finite time extend state observer