

喷水推进无人水面艇直线航迹系统的反步自适应滑模控制^①

廖煜雷^② 庞永杰 马伟佳 徐玉如

(哈尔滨工程大学水下智能机器人技术国防科技重点实验室 哈尔滨 15001)

摘要 针对单泵喷水推进型欠驱动无人水面艇(USV)的直线航迹非线性控制系统,设计了一种反步自适应滑模控制器。该系统由无人艇艏摇非线性响应模型和舵机伺服系统组成,运动响应模型考虑了船舶参数的不确定性和外界干扰的随机性特点。利用全局坐标变换将原系统变换为具有下三角特征的非线性系统。基于 Backstepping 方法和滑模控制理论,提出了一种直线航迹自适应滑模控制律。利用 Lyapunov 函数,证明该控制律保证了直线航迹控制系统的全局渐近稳定性。仿真结果表明控制器对系统参数摄动和外界干扰不敏感,具有强鲁棒性和自适应性。

关键词 欠驱动,无人水面艇(USV),航迹控制,滑模控制,Backstepping 法,喷水推进

0 引言

无人水面艇(unmanned surface vessel, USV)即无人自主式水面小艇。某 USV 艇型为刚性充气滑行艇,动力配备单泵喷水推进器,因受艇体积和布置所限,没有配置横向推进器,此艇是欠驱动的。由于艇体水动力系数将随航速的改变发生很大变化,同时艇体受到风、浪、流等海洋环境随机干扰力的影响,因此要建立其精确的动力学数学模型非常困难,航迹控制器必须对控制系统参数的不确定性具有良好的自适应性。本文研究了该艇在这种情况下的直线航迹控制。

直线航迹控制是船舶航行过程中常用的一种航迹控制方式,因此受到了人们广泛的关注^[1]。在直线航迹跟踪控制的工程实际应用方面,文献[2-4]做了大量的研究,但缺点是只能保证直线航迹的局部渐近稳定性。文献[5-7]均基于输入-输出线性化技术,对欠驱动船舶的直线航迹控制系统进行了深入研究。文献[5]借鉴重定义输出变量思想,定义输出变量为 $z = y + k\psi$, 提出了一种状态反馈控制律。该控制律克服了持续激励条件的限制,缺点是只能保证控制系统的局部渐近收敛。文献[6,7]定义了更为一般的输出变量为 $z = \psi + f(y)$ 和 $z = k[\psi + f(y)] + r$, 设计的控制律能保证系统的全局渐近收

敛性。文献[8]利用反步(Backstepping)设计法和 Lyapunov 直接法设计了全局渐进镇定控制律。文献[9]基于 Lyapunov 稳定性理论,将 Nussbaum 增益技术引入 Backstepping 设计法中,利用模糊系统逼近系统中的未知非线性,提出了一种鲁棒自适应模糊控制算法,该算法保证了闭环系统一致最终有界。文献[10]结合增量反馈技术,对系统输出进行动态非线性滑动模态分解迭代设计,提出了一种基于分解迭代非线性滑模的航迹增量反馈控制方法。但是文献[5-8]没有考虑到系统参数摄动和环境干扰的影响,文献[5-9]也没考虑舵机伺服系统特性对航向系统的作用。针对上述文献存在的问题和欠驱动 USV 直线航迹控制系统的特性,本研究基于 Backstepping 设计法和滑模控制理论,设计了一种反步自适应滑模反馈控制律。设计过程表明,该控制律保证了 USV 直线航迹控制系统的全局渐近稳定性。该方法的优点在于设计中考虑了舵机特性以及未知建模误差和环境干扰力等非匹配不确定性的影响,且具有良好自适应能力。理论分析和仿真对比试验皆验证了这一控制律的有效性。

1 数学模型

考虑存在建模误差和环境干扰力等非匹配不确

① 863 计划(2008AA092301)和国家自然科学基金(61004008)资助项目。

② 男,1985 年生,博士生;研究方向:欠驱动无人艇运动控制研究;联系人,E-mail: liaoyulei@hrbeu.edu.cn (收稿日期:2011-04-18)

定性的影响,船舶航向非线性操纵系统可以采用一阶非线性艏摇响应方程^[11]。同时考虑到舵机伺服系统的特性,则船舶直线航迹控制的非线性数学模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin \psi \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = -\frac{1}{T}r - \frac{\alpha}{T}r^3 + \frac{K}{T}\delta + F \\ \dot{\delta} = -\frac{1}{T_E}\delta + \frac{K_E}{T_E}\delta_E \end{cases} \quad (1)$$

式中: y 为船舶的横漂位移; U 为船速; ψ 为艏向角(顺时针为正); r 为艏摇角速度; T 为时间常数; K 为回转性指数; α 为模型非线性项系数; δ 为实际舵角(左舵为正), δ_E 为控制舵角; F 为建模误差 Δ 和未知环境干扰力 ω 的不确定性影响总和,即 $F = \Delta(\psi, \dot{\psi}) + \omega$, 假设不确定性的上界为 $|F| \leq \bar{F}$, 且 F 为慢变过程即 $\dot{F} = 0$; T_E 为舵机时间常数; K_E 为舵机控制增益。

USV 的动力装置为单泵喷水推进器,可通过改变喷嘴转角来进行航向控制(对喷嘴转角的操纵,按习惯也称为舵角操纵),它比常规的操舵系统具有更好的操纵性能。2010 年 5 月,该型 USV 在山东蓬莱海域进行了大量的直航、回转和 Z 型机动等操纵性试验,图 1 所示为试验中的 USV。



图 1 试验中的 USV

本文的目的是针对式(1)系统,设计一种反馈控制律 δ_E , 使得式(1)系统是全局渐进稳定的。

2 控制器设计

2.1 模型变换

为了便于控制器设计,首先对式(1)系统的状态做如下的全局坐标变换^[12]:令 $b = K_E/T_E u = \delta_E$, $a_1 = -1/T$, $a_2 = -\alpha/T$, $a_3 = K/T$, $a_4 = -1/T_E$,

$$\begin{cases} x_1 = \psi + \arcsin\left(\frac{ky}{\sqrt{1+(ky)^2}}\right) \\ x_2 = r \\ x_3 = \dot{r} \end{cases} \quad (2)$$

式中 k 为正常数。将式(2)代入式(1),得到一个新的系统

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin\left(x_1 - \arcsin\left(\frac{ky}{\sqrt{1+(ky)^2}}\right)\right) \\ \dot{x}_1 = Uf_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = f_2 + b_1u + F_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $f_1 = \frac{k \sin \psi}{[1+(ky)^2]}$, $F_1 = -a_4F$, $b_1 = a_3b f_2 = (3a_2x_2^2x_3 - a_1a_4x_2 - a_2a_4x_2^3) + (a_1 + a_4)x_3$ 。

需要注意的是,如果控制律能保证 x_1 全局收敛到零,则可保证原系统(式(1))中 y, ψ 皆全局收敛到零^[13]。

因此对欠驱动系统(式(1))的控制问题,可简化为对下列全驱动系统的控制问题:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = Uf_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = f_2 + b_1u + F_1 \end{cases} \quad (4)$$

显然,式(4)所示的系统是具有下三角结构特性的非线性系统,因此可以进行 Backstepping(反步)设计。

2.2 反步自适应滑模控制器设计

首先,考虑式(4)系统的子系统 $\dot{x}_1 = Uf_1 + x_2$, 将 x_2 看作该子系统的控制输入,进行第 1 步反步设计。

定义 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2 \quad (5)$$

将 V_1 对时间求导,可得

$$\dot{V}_1 = x_1\dot{x}_1 = x_1(Uf_1 + x_2) \quad (6)$$

取虚拟控制输入 x_2 为

$$x_2 = \alpha_1(\cdot) = -Uf_1 - k_1x_1 \quad (7)$$

其中: k_1 为正常数。将式(7)代入式(6),整理可得

$$\dot{V}_1 = x_1\dot{x}_1 = -k_1x_1^2 \leq 0 \quad (8)$$

显然,控制律式(7)可保证子系统 $\dot{x}_1 = Uf_1 + x_2$ 全局渐进稳定。然而 x_2 不是实际的控制输入,定义误差变量

$$z_2 = x_2 - \alpha_1(\cdot) \quad (9)$$

把式(9)代入式(6),重新整理可得

$$\dot{V}_1 = x_1 \dot{x}_1 = -k_1 x_1^2 + x_1 z_2 \quad (10)$$

系统(式(4))的前2个方程可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_1 x_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = U \dot{f}_1 + k_1 U f_1 + k_1 x_2 + x_3 \end{cases} \quad (11)$$

定义 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (12)$$

将 V_2 对时间求导,可得

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_1^2 + x_1 z_2 + z_2 (U \dot{f}_1 + k_1 U f_1 + k_1 x_2 + x_3) \quad (13)$$

如选择控制输入 x_3 为

$$\begin{aligned} x_3 &= \alpha_2(\cdot) \\ &= -(U \dot{f}_1 + k_1 U f_1 + k_1 x_2 + x_1 + k_2 z_2) \end{aligned} \quad (14)$$

其中: k_2 为正常数。将式(14)代入式(13),整理可得

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 \leq 0 \quad (15)$$

可见控制律(式(14))可保证系统(式(11))是全局渐进稳定的。同样 x_3 也不是实际的控制输入,定义误差变量为

$$z_3 = x_3 - \alpha_2(\cdot) \quad (16)$$

把式(16)代入式(13),重新整理可得

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 \quad (17)$$

系统(式(4))可重新整理为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_1 x_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = U \dot{f}_1 + k_1 U f_1 + k_1 x_2 + x_3 \\ \dot{z}_3 = f_2 + U \ddot{f}_1 + k_1 U \dot{f}_1 + k_1 \dot{x}_2 + \dot{x}_1 \\ \quad + k_2 \dot{z}_2 + b_1 u + F_1 \\ \quad = f_3 + b_1 u + F_1 \end{cases} \quad (18)$$

式中: $f_3 = f_2 + U \ddot{f}_1 + k_1 U \dot{f}_1 + k_1 \dot{x}_2 + \dot{x}_1 + k_2 \dot{z}_2$ 。

定义 Lyapunov 函数为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (19)$$

其中 σ 为滑模切换函数,定义切换函数为

$$\sigma = k_3 z_2 + z_3 \quad (20)$$

其中 k_3 为正常数。

将 V_3 对时间求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + \sigma \dot{\sigma} \\ &= -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \sigma [k_3 \dot{z}_2 + f_3 + b_1 u + F_1] \end{aligned} \quad (21)$$

取反馈控制律 u 为

$$u = -b_1^{-1} \{k_3 \dot{z}_2 + f_3 + \bar{F}_1 \operatorname{sgn}(\sigma)\}$$

$$+ h[\sigma + \beta \operatorname{sgn}(\sigma)] \quad (22)$$

其中: h, β 皆为正常数, $\operatorname{sgn}(\sigma)$ 为符号函数。将式(22)代入式(21)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 - h \sigma^2 - h \beta |\sigma| \\ &\quad + \sigma (F_1 - \bar{F}_1 \operatorname{sgn}(\sigma)) + z_2 z_3 \\ &\leq -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 - h \sigma^2 - h \beta |\sigma| \\ &\quad + |\sigma| (|F_1| - \bar{F}_1) + z_2 z_3 \\ &\leq -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 - h \sigma^2 - h \beta |\sigma| \end{aligned} \quad (23)$$

取矩阵

$$Q = \begin{bmatrix} k_2 + h k_3^2 & h k_3 - \frac{1}{2} \\ h k_3 - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix} \quad (24)$$

由于

$$\begin{aligned} Z^T Q Z &= [z_2 \quad z_3] \begin{bmatrix} k_2 + h k_3^2 & h k_3 - \frac{1}{2} \\ h k_3 - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix} [z_2 \quad z_3]^T \\ &= k_2 z_2^2 - z_2 z_3 + h k_3^2 z_2^2 + 2 h k_3 z_2 z_3 + h z_3^2 \\ &= k_2 z_2^2 - z_2 z_3 + h \sigma^2 \quad (\text{其中 } Z = [z_2 \quad z_3]^T) \end{aligned} \quad (25)$$

将式(25)代入式(23),重新整理可得

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 x_1^2 - Z^T Q Z - h \beta |\sigma| \quad (26)$$

同时有

$$\begin{aligned} |Q| &= h(k_2 + h k_3^2) - \left(h k_3 - \frac{1}{2}\right)^2 \\ &= h(k_2 + k_3) - \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (27)$$

选取合适的正参数 k_1, k_2, k_3, h, β , 且参数 k_2, k_3, h 满足条件 $4h(k_2 + k_3) > 1$, 则可使 $|Q| > 0$ 成立,从而保证 Q 为正定矩阵。则必有

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 x_1^2 - Z^T Q Z - h \beta |\sigma| \leq 0 \quad (28)$$

即在控制律式(22)的作用下,系统式(18)是全局渐进稳定的。显然也保证了系统式(4)具有 Lyapunov 意义下的全局渐近稳定性。

由于 USV 为滑行艇型,当航速变化时,航态会发生较大变化,即操纵性参数会随着航速的改变而改变。USV 的航态复杂多变导致艏向操纵模型参数很难精确获得且具有较大不确定性。USV 航行于复杂海洋环境中,将受到未知环境干扰力的影响。因此实际应用中,总不确定性 F 的上界 \bar{F} 很难确定。为了避免 F 上界带来的“抖振”等问题^[14],下面采用自适应算法对 F 进行估计。

设 \hat{F}_1 为 F_1 的估计值, 估计误差 $\tilde{F}_1 = F_1^* - \hat{F}_1$ 。
定义 Lyapunov 函数为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{F}_1^2 \quad (29)$$

其中 γ 为正常数。对 V_4 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \dot{V}_3 - \frac{1}{\gamma} \tilde{F}_1 (\dot{\tilde{F}}_1 - \gamma\sigma) \\ &= -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 - \frac{1}{\gamma} \tilde{F}_1 (\dot{\tilde{F}}_1 - \gamma\sigma) \\ &\quad + \sigma [k_3 \dot{z}_2 + f_3 + b_1 u + \hat{F}_1] \end{aligned} \quad (30)$$

设计自适应反馈控制律为

$$\hat{u} = -b_1^{-1} \{ k_3 \dot{z}_2 + f_3 + \hat{F}_1 + h[\sigma + \beta \text{sgn}(\sigma)] \} \quad (31)$$

选择 F_1 的自适应律为

$$\dot{\hat{F}}_1 = \gamma\sigma \quad (32)$$

将式(31)和式(32)代入式(30), 整理可得

$$\dot{V}_4 = -k_1 x_1^2 - k_2 z_2^2 + z_2 z_3 - h\sigma^2 - h\beta |\sigma| \quad (33)$$

由式(25)和式(33)可得

$$\dot{V}_4 \leq -k_1 x_1^2 - \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} - h\beta |\sigma| \quad (34)$$

其中 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} k_2 + hk_3^2 & hk_3 - \frac{1}{2} \\ hk_3 - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix}$ 。

同理, 选择合适的正参数 k_1, k_2, k_3, h, β , 使其满足条件 $4h(k_2 + k_3) > 1$, 则可保证 \mathbf{Q} 为正定矩阵, 即有 $\dot{V}_4 \leq 0$ 成立。

下面对系统进行稳定性分析。

2.3 系统稳定性分析

反步法是一种由前向后递推的反演设计方法, 通过逐步迭代设计 Lyapunov 函数使系统的误差为指数渐近稳定, 并最终实现对原系统的全局渐近镇定。同时, 利用滑模控制理论可证明渐近稳定的系统能在有限时间内到达滑模表面(即满足可达条件), 从而保证了整个系统的稳定可控性。下面给出文中的一个重要结论。

定理 1: 考虑存在不确定性影响下的控制系统(式(4)), 在反馈控制律(式(31))和自适应律(式(32))的作用下, 系统(式(4))是全局渐近稳定的。即实现了对欠驱动 USV 直线航迹控制系统(式(1))的全局渐近镇定。

证明: 由 2.2 节的设计过程得证。

需要注意的是, 反馈控制律(式(22))同样使得 USV 直线航迹控制系统(式(1))是全局渐近稳定。

3 仿真结果和分析

依据海试操纵性试验结果, USV 系统低速时操纵性参数为: $K = -2.364, T = 5.489, \alpha = 0.000094$ 。仿真试验中设计参数选为: $k = 0.1, k_1 = 0.05, k_2 = k_3 = 20, h = 1.2, \beta = 0.005, \gamma = 0.1$ 。初始值取为: $y_0 = 200m, \psi_0 = -60^\circ, r_0 = 0$ 。同时考虑舵角机械饱和限制条件为: $-30^\circ \leq \delta \leq +30^\circ$ 。设定与角加速度同量级的不确定性输入: 建模误差 $\Delta = \sin(10\pi t)$ ($^\circ \cdot s^{-2}$), 干扰力 $\omega = \pm 1$ ($^\circ \cdot s^{-2}$) 的正态白噪声过程。

航速为 $U = 3m/s$ (即低航速下)的仿真结果如图 2 - 图 5 所示。从图 2 - 图 5 可看出, 在不确定性的影响下, 航迹能快速地收敛到期望的航线上, 横向位移和航向输出光顺, 没有振荡, 横向位移无超调, 控制舵角输出平缓、无振荡。航迹控制器具有良好的动态性能和抑制干扰的能力。

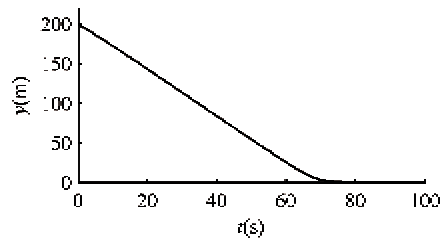


图 2 横向位移 y 响应曲线

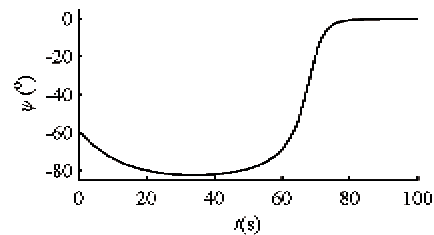


图 3 艏向角 ψ 响应曲线

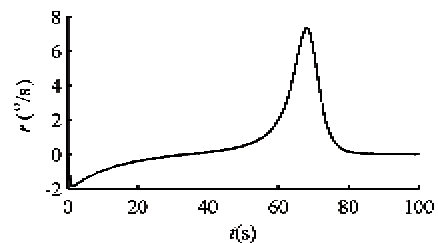


图 4 角速度 r 响应曲线

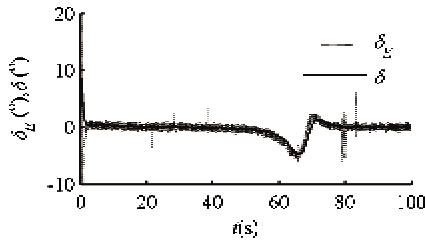


图5 控制舵角 δ_k 和舵角 δ 响应曲线

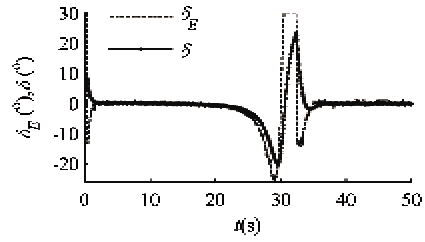


图9 控制舵角 δ_E 和舵角 δ 响应曲线

因 USV 操纵性参数是时变的,为了验证控制系统的鲁棒性和自适应性,下面给出不同航速时的仿真结果。 $U = 7\text{m/s}$ 左右时(即中航速)实测的操纵性参数为: $K = -2.837$, $T = 6.587$, $\alpha = 0.9$ 。在 $U = 7\text{m/s}$ 时进行仿真试验,控制器中仍采用低速时的名义操纵性参数即 $K_m = -2.364$, $T_m = 5.489$, $\alpha_m = 0.000094$, 其它条件同上,仿真结果如图 6 - 图 9 所示。

从图 6 - 图 9 可看出,虽然实际操纵性参数发生了改变,航迹依然能迅速地收敛到期望轨迹上,横向位移和航向输出平缓,有略微超调,无振荡,可见

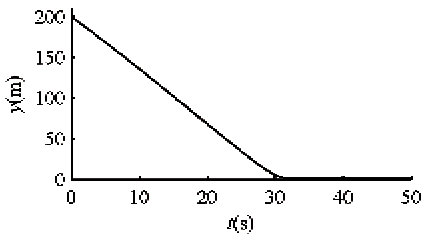


图6 横向位移 y 响应曲线

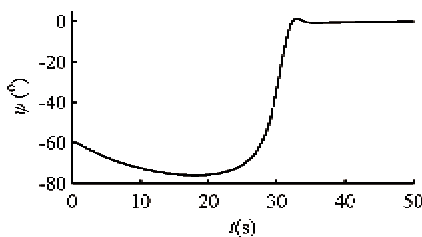


图7 艏向角 ψ 响应曲线

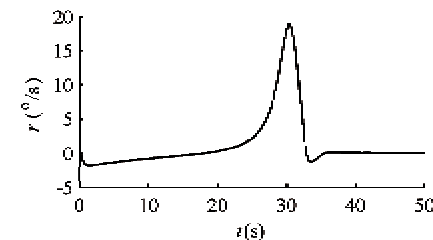


图8 角速度 r 响应曲线

同低速时一样具有良好的控制性能。由于航速增加,喷水推进型船的转向能力明显提高,因此航迹稳定时间大大缩短了(从 80s 缩短为 34s)。仿真结果说明控制器对系统参数变化和外界干扰力影响不敏感,具有良好的鲁棒性和自适应能力。

4 结论

本研究讨论了欠驱动 USV 直线航迹非线性系统的控制问题,并考虑了存在模型不确定性、未知外界干扰力以及舵机伺服系统的影响。首先,利用全局坐标变换,将原系统转变为一个具有下三角结构特性的非线性系统。基于 Backstepping 法和滑模控制方法,设计了反步自适应滑模控制器。利用 Lyapunov 稳定性理论,证明在该控制器作用下,USV 直线航迹控制系统是全局渐近稳定的。仿真结果表明,所提出的控制器具有良好的自适应能力和控制性能。理论分析和仿真试验均验证了该控制器的可行性和有效性。

参考文献

- [1] Fossen T I. Recent developments in ship control systems design. London/Britain: World Superyacht Review, Sterling Publications Limited, 2000. 20-31
- [2] Amerongen J V. Adaptive steering of ships-a model reference approach. *Automatica*, 1984, 20(1): 3-14
- [3] Holzhuter T. LQG approach for the high-precision track control of ships. *IEE Proceedings Control Theory & Applications*, 1997, 144(2): 121-127
- [4] Holzhuter T, Schulze R. Operating experience with a high precision track controller for commercial ships. *Control Engineering Practice*, 1996, 4(3): 343-350
- [5] 李铁山, 杨盐生, 郑云峰. 不完全驱动船舶航迹控制输入输出线性化设计. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(7): 945-948
- [6] 周岗, 姚琼荟, 陈永冰等. 基于输入输出线性化的船舶全局直线航迹控制. *控制理论与应用*, 2007, 24

- (1): 117-121
- [7] 周岗, 姚琼葵, 陈永冰等. 不完全驱动船舶直线航迹控制稳定性研究. 自动化学报, 2007, 33(4): 378-382
- [8] 李长喜, 冯远静, 俞立. 基于 Backstepping 方法不完全驱动船舶直线航迹控制器的设计. 船舶工程, 2008, 30(4): 64-66
- [9] 李铁山, 杨盐生, 洪碧光等. 船舶航迹控制鲁棒自适应模糊设计. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 445-448
- [10] 卜仁祥, 刘正江, 李铁山. 船舶航迹迭代非线性滑模增量反馈控制算法. 交通运输工程学报, 2006, 6(4): 75-79
- [11] 范尚雍. 船舶操纵性. 北京: 国防工业出版社, 2002. 30-39
- [12] Sussmann H J. A general theorem on local controllability. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 1987, 25(11): 158-194
- [13] 李铁山, 杨盐生, 洪碧光. 船舶直线航迹控制的鲁棒自适应非线性设计. 大连海事大学学报, 2004, 30(4): 1-5
- [14] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真. 北京: 清华大学出版社, 2002. 240-247

Backstepping adaptive sliding-mode control for the straight-line trajectory system of water-jet-propelled unmanned surface vessels

Liao Yulei, Pang Yongjie, Ma Weijia, Xu Yuru

(National Key Laboratory of Science and Technology on Autonomous Underwater Vehicle, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

Abstract

A Backstepping adaptive sliding-mode controller was designed for the straight-line trajectory nonlinear control system of single water-jet-propelled underactuated unmanned surface vessels. The system consisted of the nonlinear ship response model and the rudder servosystem. The motion response model took account of the modeling errors and external disturbances. The original system was transformed into a nonlinear system based on the global coordinate transform. A straight-line trajectory adaptive sliding-mode control law was proposed based on the sliding-mode control theory and the Backstepping method. By means of the Lyapunov function, it was proven that the proposed control law can render the straight-line trajectory control system globally, asymptotically stable. The simulation results verified that the controller was robust to the systemic variations or disturbances.

Key words: underactuated, unmanned surface vessel (USV), trajectory control, sliding-mode control, Backstepping method, water-jet-propelled