

## 间歇性通信下多移动机器人的分布式切换预测控制<sup>①</sup>

陈嘉旻<sup>②</sup> 刘安东<sup>③</sup> 滕游

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

**摘要** 针对间歇性通信下的多移动机器人编队,提出了一种分布式切换预测控制方法。首先,通过将切换拓扑策略描述为间歇性通信,将多机器人编队建模为一类带有路径参数同步约束项的切换系统模型,以减少通信代价。针对名义系统部分,采用分布式切换预测控制方法,给出了名义系统指数稳定的充分条件和稳定化控制器的设计方法。针对路径参数同步约束项,通过最小化具有路径参数同步约束的代价函数,给出了基于分布式预测控制路径参数同步控制器的设计方法。最后,仿真验证了所提算法能够使多移动机器人在间歇通信的条件下完成编队任务。

**关键词** 多移动机器人; 间歇性通信; 切换预测控制; 编队控制

近年来,工业产业升级,单一机器人很难满足现今的工业生产模式,便捷、高效的机器人团队协作正在克服传统工业生产的挑战,并适用于新兴行业的需求<sup>[1]</sup>。相比于单机器人,多机器人协作具有更好的鲁棒性和容错能力,同时也提高了执行任务的能力和效率。

多机器人协作通常要求多个机器人按照一定的空间轨迹协同完成任务,从而可以刻画为一个编队问题。编队控制方法有领航-跟随法<sup>[2-4]</sup>、虚拟结构法<sup>[5-7]</sup>和基于行为法<sup>[8-10]</sup>等。模型预测控制(model predictive control, MPC)作为解决分布式协作的有效控制方法,近年来被学者广泛应用于机器人编队控制中<sup>[11-13]</sup>。文献[11]针对多个非完整移动机器人编队,提出了一种基于神经动态优化的非线性 MPC 控制。通过利用该方法来维持期望的领航者-跟随者的位置关系。文献[12]采用分布式 MPC 和改进的虚拟结构方法,提出了一种多移动机器人编队预测控制算法,有效改善了编队结构的灵活性。文献[13]通过将路径同步参数引入到预测性能指标,提出了一种基于扩展状态观测器的分布式模型

预测控制方法,采用前馈补偿策略解决了具有未知扰动下的多移动机器人编队控制问题。

上述的编队控制方法在一般的情况下都假设系统的通信不受到任何限制,即每一个机器人在编队运动中都可以获得系统中其他机器人的所有状态信息。而在实际应用场景下,移动机器人自身所携带的电池能源有限,机器人的单次使用时间受到一定的限制。并且随着移动机器人的数量增加,系统的通信负荷呈指数级增加。为此,在多机器人编队问题中还需要考虑系统的通信能力。如文献[14]针对在通信受限的情况下多机器人编队的问题,提出了一种分散控制率,其中将信息流分为了 2 种时间尺度,并且随着信息交互时间的延长,允许间歇性信息丢失,以降低通信负载。文献[15]提出了一种事件触发控制算法,以显著减少编队控制更新,消除多智能体节点间的连续通信。文献[16]为了解决在通信拓扑切换下车辆队列的协同控制问题,提出了一种分布式 MPC 策略,利用该方法保证在车辆运动时系统的稳定性。以上的分布式 MPC 控制算法大多采用静态拓扑结构或给定顺序的切换拓扑结构,

① 国家自然科学基金(61973275)资助项目。

② 男,1994 年生,硕士生;研究方向:机器人控制;E-mail: kevenchenjiamin@163.com。

③ 通信作者,E-mail: lad@zjut.edu.cn。

(收稿日期:2022-06-14)

其中切换拓扑结构算法都没有给出切换律的设计方法。并且当系统工作状态不符合给定的切换律时,其控制系统将无法保证稳定。为此本文将在切换拓扑结构算法的基础上,给出切换律的设计方法。

本文针对机器人编队运动中的通信交互问题展开研究,提出了多移动机器人在间歇通信下的编队控制算法。首先,通过将切换拓扑策略描述为间歇性通信,将多机器人编队建模为一类带有路径参数同步约束项的切换系统模型,并针对名义模型提出了一种分布式切换预测控制方法,然后给出各子系统切换时稳定的条件以及控制器的设计方法。其次,结合级联控制系统的方法设计路径参数同步控制器,使多移动机器人在完成路径跟踪的同时,进一步完成路径参数同步。最后,通过给定的通信控制序列,多移动机器人完成子系统之间的切换,每一次切换代表不同的通信拓扑结构,从而达到机器人间歇通信的目的。

## 1 问题描述

### 1.1 运动学模型

考虑一个具有  $n$  个移动机器人的编队系统,其中移动机器人以期望的队形来跟踪预先设定的参考路径  $\Gamma_i(\tau_i)$  上的虚拟机器人,  $\tau_i$  为预先设定的路径参数。在惯性坐标参考系下,机器人  $i$  的运动学模型表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\varphi}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_i & 0 \\ \sin\varphi_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\varphi_i$  为移动机器人前行方向相对于  $X$  轴的方向角,  $\mathbf{u}_i = (v_i, \omega_i)^T$  表示移动机器人  $i$  的线速度和角速度向量。

移动机器人在惯性坐标系下的跟踪误差向量表示为

$$\boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} x_{ie} \\ y_{ie} \\ \varphi_{ie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_i & \sin\varphi_i & 0 \\ -\sin\varphi_i & \cos\varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ri} - x_i \\ y_{ri} - y_i \\ \varphi_{ri} - \varphi_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\boldsymbol{\eta}_i = [x_{ie}, y_{ie}, \varphi_{ie}]^T$  为虚拟机器人  $i$  的状态向

量。

令虚拟机器人  $i$  的速度向量为  $\mathbf{u}_i = (v_i, \omega_i)^T$ , 对式(2)求导可得如下的跟踪误差模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ie} = \omega_i y_{ie} - v_i + v_{ri} \cos(\varphi_{ri} - \varphi_i) \\ \dot{y}_{ie} = -\omega_i x_{ie} + v_{ri} \sin(\varphi_{ri} - \varphi_i) \\ \dot{\varphi}_{ie} = \omega_{ri} - \omega_i \end{cases} \quad (3)$$

令  $\mathbf{u}_i = [v_{ri} \cos(\varphi_{ri} - \varphi_i) - v_i, \omega_{ri} - \omega_i]^T$ ,  $\boldsymbol{\eta}_i = [x_{ie}, y_{ie}, \varphi_{ie}]^T$ , 将系统式(3)在平衡点处 ( $\boldsymbol{\eta}_i = 0$ ,  $\mathbf{u}_i = 0$ ) 线性化可得如下的连续状态空间模型:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i = \mathbf{A}_{pi} \boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_i \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{A}_{pi} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ri} & 0 \\ -\omega_{ri} & 0 & v_{ri} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。将上

式以采样周期  $T$  离散化取一阶泰勒展开可得:

$$\boldsymbol{\eta}_i(k+1) = \mathbf{A}_i \boldsymbol{\eta}_i(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}_i(k) \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{A}_i = \mathbf{I} + \mathbf{A}_{pi} T$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_p T$ 。为了简单起见,本文考虑的参考路径  $\Gamma_i(\tau_i)$  为圆形。由于  $\Gamma_i(\tau_i)$  是关于  $\tau_i$  的函数  $\Gamma_i(\tau_i) = \text{col}(\boldsymbol{\eta}_i(\tau_i), \varphi_i(\tau_i))$ , 为了实现协同控制问题,需要通过设置  $\tau_i$  的更新方程,来完成实际的编队结构和虚拟编队结构的协调<sup>[13]</sup>。不失一般性,  $\tau_i$  的更新方程设置为

$$\tau_i(k+1) = \tau_i(k) + \Delta \varepsilon_i(k) + \varepsilon_i(k-1) + \boldsymbol{\delta}_i \boldsymbol{\eta}_i(k) \quad (6)$$

其中,  $\varepsilon_i$  为路径参数更新方程的控制输入,  $\Delta \varepsilon_i$  为其控制增量,  $\boldsymbol{\delta}_i$  为系数矩阵。

综上所述,本文考虑的多移动机器人编队控制问题可以描述为如下 2 个控制任务:

(1) 路径跟踪任务。首先,让虚拟移动机器人沿着给定的参考路径运动,当编队结构中的路径参数达到同步时,虚拟机器人将位于期望的编队结构上,最后使实际的移动机器人能够跟踪上相应的虚拟移动机器人,即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\eta}_i(k)\| = 0 \quad (7)$$

(2) 编队路径参数同步任务。确保所有的路径参数  $\tau_i(t)$  同步,从而使虚拟机器人维持期望的虚拟编队结构:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |\tau_i(k) - \tau_j(k) - \bar{\tau}_{ij}| = 0 \quad (8)$$

其中,  $\bar{\tau}_{ij}$  为标量参数,是用于描述编队拓扑结构参

数,在本文中为相邻虚拟机器人的角度差。图 1 为编队路径设置示意图。

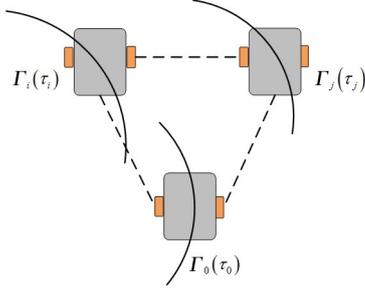


图 1 编队路径设置示意图

## 1.2 通信约束

由 1.1 节可知,本文的控制目标为完成路径跟踪和路径参数同步,因此在设计控制器时,分别引入路径跟踪控制器和路径参数同步控制器

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(k) = & \mathbf{K}_{ii}\boldsymbol{\eta}_i(k) + \sum_{j \neq i} \mathbf{K}_{ij}\boldsymbol{\eta}_j(k) \\ & + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{\rho}_{ij}[\tau_i(k+1) - \tau_j(k+1) - \bar{\tau}_{ij}] \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{u}_i(k)$  分为 2 部分,  $\mathbf{u}_{1i} = \mathbf{K}_{ii}\boldsymbol{\eta}_i(k) + \sum_{j \neq i} \mathbf{K}_{ij}\boldsymbol{\eta}_j(k)$  为路径跟踪控制器,  $\mathbf{u}_{2i} = \sum_{j \neq i} \boldsymbol{\rho}_{ij}[\tau_i(k+1) - \tau_j(k+1) - \bar{\tau}_{ij}]$  为路径参数同步控制器,  $\mathbf{K}_{ii}$  为子系统  $i$  的反馈增益,  $\mathbf{K}_{ij}$  为子系统  $i$  与子系统  $j$  的连接权重,  $\boldsymbol{\rho}_{ij}$  为权重参数。将式(9)代入式(5)可得:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_i(k+1) = & \mathbf{A}_i\boldsymbol{\eta}_i(k) + \mathbf{B}\mathbf{K}_{ii}\boldsymbol{\eta}_i(k) + \sum_{j \neq i} \mathbf{B}\mathbf{K}_{ij}\boldsymbol{\eta}_j(k) \\ & + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{\rho}_{ij}\mathbf{B}[\tau_i(k+1) - \tau_j(k+1) - \bar{\tau}_{ij}] \end{aligned} \quad (10)$$

为了方便设计控制器,采用分布式预测控制方法。首先,根据文献[17]将式(10)转化为如下形式:

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+1) = & \bar{\mathbf{A}}_i\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) + \mathbf{B}_i\mathbf{K}_i\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) + \sum_{i \neq j} \mathbf{B}_j\mathbf{K}_j\bar{\boldsymbol{\eta}}_j(k) \\ & + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{\rho}_{ij}\mathbf{B}[\tau_i(k+1|k) - \tau_j(k+1|k) - \bar{\tau}_{ij}] \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) = [\boldsymbol{\eta}_i^T(k) \cdots \boldsymbol{\eta}_i^T(k)]^T$ ,  $\bar{\mathbf{A}}_i = \text{diag}\{\mathbf{A}_1, \cdots, \mathbf{A}_n\}$ ,  $\mathbf{B}_i = [0, \cdots, 0, \mathbf{B}, 0, \cdots, 0]$ ,  $\mathbf{K}_i = [\mathbf{K}_{i1}, \cdots, \mathbf{K}_{ii}, \cdots, \mathbf{K}_{in}]$ 。虽然式(10)采用了全状态信息,但将其描述为  $\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k)$  是用于计算与反馈增益  $\mathbf{K}_i$

相对应的子系统  $i$  的向量,从而可将各子系统的控制器增益进行分布式并行计算<sup>[17]</sup>。其中,  $(k+1|k)$  表示  $k$  时刻对  $k+1$  时刻的预测。移动机器人之间通过不断的信息交换与协作来实现编队。然而,移动机器人通常采用电池供电和无线通信。因此,在实现编队的同时,如何减少能量损耗是值得关注的问题。为此,本文采用基于切换拓扑的间歇通信方式来降低通信负担。由文献[17]可知,当邻居子系统状态无法获得时可采用观测器进行估计,所以本文在路径参数交互过程中引入通信拓扑连接参数  $\theta(k)$  来表示不同子系统之间通信的通或断,从而可将式(11)改写为

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+1) = & \bar{\mathbf{A}}_i\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) + \mathbf{B}_i\mathbf{K}_i\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) + \sum_{i \neq j} \mathbf{B}_j\mathbf{K}_j\bar{\boldsymbol{\eta}}_j(k) \\ & + \sum_{j \neq i} \theta_{ij}(k)\boldsymbol{\rho}_{ij}\mathbf{B}[\tau_i(k+1|k) - \tau_j(k+1|k) - \bar{\tau}_{ij}] \end{aligned} \quad (12)$$

将式(5)代入式(11)可得如下的分布式切换系统模型:

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+1) = & \mathbf{A}_{i\sigma(k)}\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) + \mathbf{B}_i\mathbf{K}_{i\sigma(k)}\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \\ & + \sum_{i \neq j} \mathbf{B}_j\mathbf{K}_{j\sigma(k)}\bar{\boldsymbol{\eta}}_j(k) + \boldsymbol{\Phi}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,

$$\mathbf{A}_{i\sigma(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{B} \sum_{j \neq 1} \boldsymbol{\rho}_{1j}\theta_{1j}\boldsymbol{\delta}_1 & -\mathbf{B}\theta_{12}\boldsymbol{\rho}_{12}\boldsymbol{\delta}_2 & \cdots & -\mathbf{B}\theta_{1n}\boldsymbol{\rho}_{1n}\boldsymbol{\delta}_n \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{B}\theta_{n1}\boldsymbol{\rho}_{n1}\boldsymbol{\delta}_1 & -\mathbf{B}\theta_{n2}\boldsymbol{\rho}_{n2}\boldsymbol{\delta}_2 & \cdots & \mathbf{A}_n + \mathbf{B} \sum_{j \neq n} \boldsymbol{\rho}_{nj}\theta_{nj}\boldsymbol{\delta}_n \end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{\Phi}(k) =$

$$\begin{bmatrix} \sum_{j \neq 1} \boldsymbol{\rho}_{1j}\theta_{1j}\mathbf{B}[(\tau_1(k) + \Delta\epsilon_1(k) + \epsilon_1(k-1)) - (\tau_j(k) + \Delta\epsilon_j(k) + \epsilon_j(k-1) - \bar{\tau}_{1j})] \\ \vdots \\ \sum_{j \neq n} \boldsymbol{\rho}_{nj}\theta_{nj}\mathbf{B}[(\tau_n(k) + \Delta\epsilon_n(k) + \epsilon_n(k-1)) - (\tau_j(k) + \Delta\epsilon_j(k) + \epsilon_j(k-1) - \bar{\tau}_{nj})] \end{bmatrix}$$

为关于路径参数的矩阵,本文将其视为系统的扰动;  $\theta_{ij}$  表示不同子系统之间通信的通或断,当通信连接时取 1,反之取 0,由  $\theta_{ij}$  构成的矩阵  $\boldsymbol{\theta}$  可表示不同的通信拓扑结构;  $\sigma(k) \in \{0, 1, 2, \cdots\}$  表示由拓扑结构决定的切换信号,即  $\sigma(k)$  是  $\boldsymbol{\theta}(k)$  的一个映射;  $\mathbf{K}_{i\sigma(k)}$  为切换信号依赖的控制器增益。

由式(13)可知,  $\Phi(k)$  中只含有路径参数, 不含有系统状态  $\bar{\eta}(k)$ 。为此可将系统式(13)看成一个名义系统部分和系统扰动  $\Phi(k)$  组成。因此, 名义系统模型为

$$\bar{\eta}_i(k+1) = (\mathbf{A}_{i\sigma(k)}(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_{i\sigma(k)}(k)) \bar{\eta}_i(k) \quad (14)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{A}}_{i\sigma(k)}(k) = \mathbf{A}_{i\sigma(k)}(k) + \sum_{i \neq j} \mathbf{B}_j \mathbf{K}_j^*$ ,  $\mathbf{K}_j^*$  表示邻居子系统的反馈增益采用上一时刻值。则式(6)中的  $\eta_i(k)$  替换为  $\bar{\eta}_i(k)$ 。

本文的任务分别是路径跟踪任务和路径参数同步任务。由控制器式(9)可知, 本文的控制器设计按照这2个任务可分为2部分, 即分别针对系统的名义模型式(14)和路径参数式(6)设计路径跟踪控制器和路径参数同步控制器。由于本文将系统式(13)分解为名义系统式(14)和干扰项  $\Phi(k)$ , 而系统式(14)与路径参数  $\varepsilon_i$  无关, 从而可以并行设计路径跟踪控制器  $\mathbf{u}_{1i}$  和路径参数同步控制器  $\mathbf{u}_{2i}$ 。因此, 本文的目的考虑具有间歇性通信的多机器人编队系统式(13), 针对名义系统式(14)采用分布式切换预测控制方法设计控制器增益  $\mathbf{K}_{i\sigma(k)}(k)$ ; 针对路径参数同步更新方程式(6)采用分布式预测控制器设计路径参数更新方程控制增量  $\Delta\varepsilon_i(k)$ , 保证多机器人系统完成编队任务。

## 2 基于 MPC 的编队同步控制

### 2.1 分布式切换 MPC 控制算法

系统采用级联控制系统的控制方法, 首先设计切换 MPC 控制器来完成机器人的路径跟踪, 之后在此基础上设计一个 MPC 控制器, 用于完成机器人的路径参数同步任务。

本节的目的是通过切换 MPC 策略为系统式(13)的名义模型式(14)设计一个稳定控制器。通过切换 MPC 控制算法, 使移动机器人在通讯切换时仍然保持各子系统稳定, 并获得最佳的系统性能。

为此, 假设切换系统式(14)的每个子系统都存在一个稳定的 MPC 控制器, 同时每个子系统与要最小化的性能指标相关联, 每个子系统根据预先设定的通信序列进行切换, 同时代价函数之间进行切换。

为了给系统式(14)设计一个稳定化的控制器, 考虑以下有限时域最优控制问题:

**问题 1:**

$$\begin{aligned} \min J_{i\sigma(k)}(\bar{\eta}_i(k), \mathbf{u}_i(k), N) \\ = \sum_{j=0}^{N-1} \|\bar{\eta}_i(k+j | k)\|_{\mathbf{Q}_{\sigma(k)}}^2 + \|\mathbf{u}_i(k+j | k)\|_{\mathbf{R}_{\sigma(k)}}^2 \\ + V_{i\sigma(k)}(\bar{\eta}_i(k+i | k)) \end{aligned} \quad (15)$$

以及

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_i(k+i+1 | k) &= \mathbf{A}_{i\sigma(k)} \bar{\eta}_i(k+i | k) \\ &\quad + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(k+i | k) \\ V_{i\sigma(k)}(\bar{\eta}_i(k+i | k)) &= \bar{\eta}_i^T(k+i | k) \\ &\quad \mathbf{P}_{i\sigma(k)}(k) \bar{\eta}_i(k+i | k) \\ \mathbf{u}_i(k+i | k) &= \mathbf{K}_{i\sigma(k)}(k) \bar{\eta}_i(k+i | k) \\ \bar{\eta}_i(k | k) &= \bar{\eta}_i(k) \\ \mathbf{u}_i(k | k) &= \mathbf{u}_i(k) \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $N$  是预测步长,  $\mathbf{P}_{i\sigma(k)}$  是正定对称矩阵,  $\mathbf{K}_{i\sigma(k)}$  是在  $k$  时刻需要设计的状态反馈控制器增益。

**定义 1** 考虑系统式(14), 若存在正常数  $c$  和  $\lambda$ , 使得对于任意的初始条件  $\bar{\eta}_i(t_0) \in \mathbb{R}^n$ , 系统的解满足

$$\|\bar{\eta}_i(k)\| \leq c e^{-\lambda\alpha} \|\bar{\eta}_i(k_0)\| \quad (17)$$

则系统式(14)指数稳定并具有指数衰减率, 其中  $\alpha = k - k_0$ 。

**定义 2** 对任意  $\xi_2 > \xi_0 \geq 0$ , 令  $N_\sigma(\xi_1, \xi_2)$  表示切换信号  $\sigma$  在间隔  $(\xi_1, \xi_2)$  内的切换次数。若存在  $\xi_a > 0$  和  $N_0 \geq 0$  使得不等式  $N_\sigma(\xi_1, \xi_2) \leq N_0 + \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_a}$  成立, 那么,  $\xi_a$  称为切换信号  $\sigma$  的平均驻留时间,  $N_0$  称为抖动界。

令  $\mathbf{K}_{i\sigma(k)}^*(k)$ ,  $\mathbf{P}_{i\sigma(k)}^*(k)$  为问题 1 的最优解,  $\mathbf{Y}_{i\sigma(k)}(k, N) = J_{i\sigma(k)}(\bar{\eta}_i(k), \mathbf{u}_i^*(k), N)$  为优化问题 1 中性能指标最小值, 其中  $\mathbf{u}_i^*(k)$  为优化问题的最优解。根据定义 1 和定义 2 可得如下定理。

**定理 1** 如果存在正标量  $\lambda < 1$  和  $\mu > 1$ , 正定矩阵  $\mathbf{P}_i(k) > 0, \mathbf{K}_{il}(k)$ ,  $l = 0, 1, \dots$ , 使得以下不等式成立:

$$V_{il}(\bar{\eta}_i(k+j+1 | k)) - V_{il}(\bar{\eta}_i(k+j | k))$$

$$\leq - ( \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 + \| \mathbf{u}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 ) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & (1 - \lambda^2) V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j | k)) \\ & \leq \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 + \| \mathbf{u}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{ia}(k) \leq \mu \mathbf{P}_{ib}(k) \quad (20)$$

$$\mathcal{Q}_a \leq \mu \mathcal{Q}_b \quad (21)$$

$$\mathbf{R}_a \leq \mu \mathbf{R}_b, \quad a, b \in N \quad (22)$$

$$t_\alpha > t_\alpha^* = \frac{\ln \mu}{2 \ln \lambda^{-1}} \quad (23)$$

则闭环系统指数稳定并具有指数衰减率为  $\rho(\lambda, t_a)$   
 $= \lambda \mu^{\frac{1}{2t_a}}$ 。

**证明 1** 如果不等式(18)成立,则有:

$$\begin{aligned} & J_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k), \mathbf{u}_i^*(k), N+1) \\ & = \sum_{j=0}^N \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 + \| \mathbf{u}_i^*(k+j | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 \\ & \quad + V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N+1 | k)) \\ & = Y_{il}(k, N) + \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 \\ & \quad + \| \mathbf{u}_i^*(k+N | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 + V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N+1 | k)) \\ & \quad - V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N | k)) \\ & \leq Y_{il}(k, N) \end{aligned} \quad (24)$$

所以  $Y_{il}(k, N+1) \leq Y_{il}(k, N)$ 。通过  $Y_{il}(k, 0) = V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k))$ , 得到  $Y_{il}(k, N) \leq V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k))$ 。基于条件式(16)可得:

$$\begin{aligned} & Y_{il}(k+1, N) - \lambda^2 Y_{il}(k, N) \\ & = V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N+1 | k+1)) - \lambda^2 V_{il}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N | k)) \\ & \quad - \lambda^2 \sum_{j=0}^{N-1} ( \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 + \| \mathbf{u}_i^*(k+j | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 ) \\ & \quad + \sum_{j=0}^{N-1} ( \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+j+1 | k+1) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 \\ & \quad + \| \mathbf{u}_i^*(k+j+1 | k+1) \|_{\mathcal{R}_l}^2 ) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \text{进一步用 } \mathbf{u}_i^*(k) \text{ 和 } \mathbf{P}_{il}^*(k) \text{ 替代 } \mathbf{u}_i^*(k+1) \text{ 和 } \\ & \mathbf{P}_{il}^*(k+1) \text{ 在 } (k+1)T \text{ 时刻最优值, 由式(19)可得} \\ & Y_{il}(k+1, N) - \lambda^2 Y_{il}(k, N) \\ & \leq (1 - \lambda^2) Y_{il}(k, N) - \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 - \| \mathbf{u}_i^*(k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 \\ & \quad + \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+N | k) \|_{\mathcal{Q}_l}^2 + \| \mathbf{u}_i^*(k+N | k) \|_{\mathcal{R}_l}^2 \\ & \leq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

由于不等式  $Y_{il}(k+1, N) \leq \lambda^2 Y_{il}(k, N)$ ,  
 $Y_{ia}(k, N) \leq \mu Y_{ib}(k, N)$ , 对于切换信号  $\sigma(k)$ , 由

式(20) ~ (22)可得以下不等式关系:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Y}_{i\sigma(k)}(k, N) \leq \mu \mathbf{Y}_{i\sigma(k-1)}(k, N) \\ & \leq \lambda^2 \mu \mathbf{Y}_{i\sigma(k-1)}(k-1, N) \\ & \quad \vdots \\ & \leq \lambda^{2k} \mu^{N_{\sigma(k)}(0, k)} \mathbf{Y}_{i\sigma(0)}(0, N) \\ & \leq \lambda^{2k} \mu^{\frac{k}{\alpha}} \mathbf{Y}_{i\sigma(0)}(0, N) \\ & = \alpha^{2k} \mathbf{Y}_{i\sigma(0)}(0, N) \\ & \leq \alpha^{2k} V_{i\sigma(0)}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(0)) \\ & = \rho(\lambda, t_a)^{2k} \mathbf{Y}_{i\sigma(0)}(0, N) \end{aligned} \quad (27)$$

其中,  $\beta_1 = \min \lambda_{\min}(\mathbf{P}_{il})$ ,  $\beta_2 = \max \lambda_{\max}(\mathbf{P}_{il})$ , 得到  
 $\beta_1 \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \|^2 \leq V_{i\sigma(k)}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k)) \leq \rho(\lambda, t_a)^{2k} V_{i\sigma(0)}(0)$   
 $\leq \rho(\lambda, t_a)^{2k} \beta_2 \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(0) \|^2$

$$\text{从而有 } \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \| \leq \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \rho(\lambda, t_a)^k \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(0) \|,$$

由于  $\lambda < 1$  保证了衰减率小于 1。而  $(1 - \lambda^2) \beta_1 \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \|^2 \leq \rho^{2k} \beta_2 \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(0) \|^2$ , 则有  $\| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k) \| \leq c \alpha^k \| \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(0) \|$ , 所以  $c = \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1} (1 - \lambda^2)}$ 。不等式(23)保证  $\alpha < 1$ , 根据定义 1 可知该切换系统是指数稳定的, 证明完毕。

基于定理 1 中的稳定性条件, 状态反馈控制器的存在条件由以下定理给出。

**定理 2** 给定正标量  $\lambda < 1$  和  $\mu > 1$ , 考虑以下半正定规划问题:

$$\min \zeta_i(k) \quad (28)$$

s. t. 式(21)、(22)、(23)以及

$$\begin{bmatrix} 1 & \bar{\boldsymbol{\eta}}_i^T(k) \\ * & \bar{\mathbf{P}}_{il}(k) \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{il}(k) & \bar{\mathbf{P}}_{il}(k) \bar{\mathbf{A}}_{il}^T(k) + \bar{\mathbf{K}}_{il}^T(k) \mathbf{B}_i^T & \bar{\mathbf{P}}_{il}(k) \mathcal{Q}_l^{1/2} & \bar{\mathbf{K}}_{il}^T(k) \mathbf{R}_l^{1/2} \\ * & \bar{\mathbf{P}}_{il}(k) & 0 & 0 \\ * & * & \zeta_i(k) \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & \zeta_i(k) \mathbf{I} \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (30)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{ia}(k) \leq \mu \bar{\mathbf{P}}_{ib}(k), \quad a, b \in N \quad (31)$$

$$(1 - \lambda) \mathbf{P}_{il}(k) - \mathcal{Q}_l - \mathbf{K}_{il}^T(k) \mathbf{R}_l \mathbf{K}_{il}(k) \leq 0 \quad (32)$$

如果该问题有解, 则存在稳定化的状态反馈控

制器使得切换系统指数稳定且具有指数衰减  $\rho(\lambda, t_a) = \lambda \mu^{\frac{1}{2a}}$ , 其控制器增益  $\mathbf{K}_{il}(k) = \bar{\mathbf{K}}_{il}^T(k) \bar{\mathbf{P}}_{il}^{-1}(k)$ 。其中,  $\bar{\mathbf{P}}_{il}(k) = \zeta_i(k) \bar{\mathbf{P}}_{il}^{-1}(k)$ ,  $\bar{\mathbf{K}}_{il}(k) = \mathbf{K}_{il}(k) \bar{\mathbf{P}}_{il}(k)$ 。注:不等式(18)~(20)是切换系统稳定的充分条件,分别对应式(28)、(32)、(31),若优化问题式(28)有解,则可以保证不等式(18)~(20)成立。

**证明** 首先选择如下的李雅普诺夫函数。

$$V_{i\sigma(k)}(\bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+i|k)) = \bar{\boldsymbol{\eta}}_i^T(k+i|k) \mathbf{P}_{i\sigma(k)}(k) \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(k+i|k)$$

对不等式(18)两边分别从0到 $\infty$ 求和可得  $J_{i\sigma(k)} \leq V_{i\sigma(k)}$ 。从而可将最小化问题式(15)转化为求取  $V_{i\sigma(k)}$  的最小上界问题,即  $\min V_{i\sigma(k)} \leq \min \zeta_i$ , 进而采用舒尔(Schur)补引理,并令  $\bar{\mathbf{P}}_{il}(k) = \zeta_i(k) \mathbf{P}_{il}^{-1}(k)$  可得式(29)。

另一方面,不等式(18)成立时有:

$$\begin{aligned} & (\tilde{\mathbf{A}}_{il}(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_{il})^T \mathbf{P}_{il}(k) (\tilde{\mathbf{A}}_{il}(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_{il}(k)) \\ & - \mathbf{P}_{il}(k) + \mathbf{K}_{il}^T(k) \mathbf{R}_l \mathbf{K}_{il}(k) + \mathbf{Q}_l \leq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

对式(33)应用 Schur 补引理可得以下不等式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{il}(k) & \tilde{\mathbf{A}}_{il}^T(k) + \mathbf{K}_{il}^T(k) \mathbf{B}_i^T & \mathbf{Q}_l^{1/2} & \mathbf{K}_{il}^T \mathbf{R}_l^{1/2} \\ * & \mathbf{P}_{il}^{-1}(k) & 0 & 0 \\ * & 0 & \zeta(k) \mathbf{I} & 0 \\ * & 0 & 0 & \zeta(k) \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (34)$$

对式(34)分别左乘和右乘  $\text{diag}\{\zeta^{1/2}(k) \mathbf{P}_{il}^{-1}(k), \zeta^{1/2}(k) \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}\}$  可得式(30)。对式(20)分别左乘和右乘  $\zeta(k) \mathbf{I}$  可得式(31)。采用相同的处理方法可从式(19)得到式(32)。证明完毕。

综上,算法1如下。

**步骤1** 初始化。设置  $k=0$ , 并选择常数  $\mu$  和通信切换序列。

**步骤2** 信息采集。在  $k$  时刻,通过通信网络测得各移动机器人的状态。

**步骤3** 优化。求解最小化问题  $\min \zeta_i(k)$  得到相应的  $\mathbf{K}_{il}(k)$  和  $\mathbf{P}_{il}(k)$ 。

**步骤4** 参数调整。调整参数  $\lambda$ , 把步骤3求得的  $\mathbf{K}_{il}(k)$  和  $\mathbf{P}_{il}(k)$  代入式(32)判断不等式是否成立。如果不等式成立,则  $\mathbf{K}_{il}(k)$  为各子系统的稳

定化控制器的增益。如果不成立则继续调整参数  $\lambda$ , 以判断不等式(32)是否成立。

**步骤5** 滚动时域。令  $k = k+1$ , 跳转至步骤2。

## 2.2 路径参数同步预测控制

本节的目的是在上一节的基础上,为系统的扰动设计控制器,即路径参数控制器,使移动机器人完成编队任务。为了提高多移动机器人的路径跟踪性能,在较短的时间内使移动机器人位于期望位置,并提高系统的动态性能,将同步参数和路径参数的控制增量引入预测性能指标,则每个移动机器人的路径参数可以进行单独优化,将其目标函数定义为

$$\begin{aligned} J_i(k) = & \sum_{j=1}^M \|\Delta \tau_i(k+j|k) - \tau_r\|_{\mathbf{W}_i}^2 \\ & + \|\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i(k+j|k)\|_{\mathbf{S}_i}^2 \\ & + \sum_{j \in h_i} \|\tau_i(k+j|k) - \tau_j(k+j|k) - \bar{\tau}_{ij}\|_{\mathbf{G}_{ij}}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

其中,  $\tau_i(k+j|k)$ 、 $\tau_j(k+j|k)$  和  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i(k+j|k)$  分别为  $\tau_i(k+j)$ 、 $\tau_j(k+j)$  和  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i(k+j)$  在  $k$  时刻的预测值,  $M$  为预测时域取值为1,  $\tau_r$  为给定的标量参数。 $\mathbf{W}_i > 0$  和  $\mathbf{S}_i > 0$  为给定的权重矩阵,  $\mathbf{G}_i$  为给定的耦合项的权重矩阵,  $h_i$  为移动机器人集合。

在  $k$  时刻,通过最小化 MPC 性能指标,可以得到最优解  $\Delta u_i^*$ , 以下为最小化问题

$$\min_{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i(k)} J_i(k) \quad (36)$$

以上优化问题为典型的 QP 问题,依据一阶 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件,可以求得最小化问题式(36)的解为

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i^*(k) = -\boldsymbol{\Omega}_i^{-1}(\boldsymbol{\Psi}_i - \sum_{j \in h_i} \mathbf{G}_{ij} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_j(k))^{-1} \quad (37)$$

其中,  $\boldsymbol{\Omega}_i = \mathbf{W}_i + \mathbf{S}_i + \sum_{j \in h} \mathbf{G}_{ij}$ ,  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(k-1) = \boldsymbol{\varepsilon}(k-1) + \boldsymbol{\delta}_i \bar{\boldsymbol{\eta}}_{ie}(k)$ ,  $\boldsymbol{\Psi}_i = (\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(k-1) - \tau_r) + \sum_{j \in h} \mathbf{G}_{ij}(\tau_i(k) - \tau_j(k) + \boldsymbol{\varepsilon}_i(k-1) - \boldsymbol{\varepsilon}_j(k-1) - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_j(k) - \bar{\tau}_{ij})$ 。

由于式(37)中包含了邻居子系统输入,可采用迭代策略求解,即邻居子系统输入采用上一迭代时刻值替代,从而将式(37)增产后心得:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{p+1}(k) = -\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{\Psi} - \mathbf{G} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p(k)) \quad (38)$$

其中,  $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}\{\boldsymbol{\Omega}_1, \dots, \boldsymbol{\Omega}_n\}$ ,  $\boldsymbol{\Psi} = (\boldsymbol{\Psi}_1, \dots, \boldsymbol{\Psi}_n)^T$ ,  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}(k) = (\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_1(k), \dots, \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n(k))^T$ ,  $\mathbf{G}(i, j) =$

$\begin{cases} G_{i,j} & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$ ,  $p$  为迭代次数。因此,通过选择合适

的权重矩阵  $W_i > 0, S_i > 0$  和  $G_i$ , 使得  $\rho(\Omega^{-1}G) < 1$ , 则式(38)是收敛的。同时名义系统式(14)是渐近稳定的,从而有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta \varepsilon(k) = -(\Omega - G)^{-1} \bar{\Psi} \quad (39)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} = & \varepsilon_i(k-1) - \tau_r + \sum_{j \in h} G_{ij}(\tau_i(k) - \tau_j(k)) \\ & + \varepsilon_i(k-1) - \varepsilon_j(k-1) - \bar{\tau}_{ij} \end{aligned}$$

由  $\bar{\Psi}$  可知,采用分布式预测控制方法所设计的控制器式(39)包含了位置同步项和速度同步项,通过选取合适的权重参数满足一致性要求<sup>[13]</sup>。因此,系统式(12)中的  $\Phi$  在一致性协议下收敛到 0。另一方面,由于名义模型式(14)是渐近稳定的,在衰减扰动作用下,原系统式(12)仍然是稳定的。

综上,算法 2 如下。

**步骤 1** 初始化。在  $k = 0$  时刻,设置迭代次数  $p = 0$  输入路径参数  $\tau_i$  以及参数  $\mu$  和  $\lambda$ 。

**步骤 2** 信息交互。移动机器人  $i$  通过算法 1 设置的通讯序列,间歇性地将自身的状态信息与控制信息传递给相邻移动机器人  $j$ , 同时也获得相邻机器人的状态和控制信息。

**步骤 3** 优化。机器人  $i$  通过式(36)计算出其局部最优解。

**步骤 4** 参数调整。调整参数  $W_i, S_i$  和  $G_i$ , 使得  $\rho(\Omega^{-1}G) < 1$ 。并令  $\Delta \varepsilon_i^*(k) = \Delta \varepsilon_i^p(k)$  并结束迭代,跳转至步骤 5, 否则令  $p = p + 1$  跳转至步骤 2 继续执行。

**步骤 5** 滚动时域。令  $k = k + 1$ , 跳转至步骤 2。

### 3 仿真验证及分析

为了验证本文提出算法的有效性,仿真时考虑由 3 个移动机器人组成的编队系统,其编队队形为等边三角形结构,边长为 3 m。同时在给定的通信序列下,移动机器人进行通信切换,最后使移动机器人能够沿着给定的参考路径,并保持编队结构进行编队运动。多移动机器人的具体参数设置如下:参

考路径是分别是半径 4 m, 3 m 和 1 m 的同心圆。

移动机器人的初始状态为

$$\eta_1 = [1.3, -0.1, 1.3]^T, \eta_2 = [1.2, -0.1, 1.2]^T,$$

$$\eta_3 = [1.1, -0.1, 1.2]^T$$

切换系统的权重矩阵选取为

$$Q_{\sigma_1} = Q_{\sigma_2} = Q_{\sigma_3} = R_{\sigma_1} = R_{\sigma_2} = R_{\sigma_3} = I$$

路径跟踪优化的权重矩阵为

$$W_1 = W_2 = 10I, W_3 = 20I$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = I, G_1 = G_2 = G_3 = -I$$

路径参数的初始值为

$$\tau_0 = 1, \tau_1 = 1, \tau_2 = 0.5, \tau_3 = -0.2$$

$$\rho_{12} = \rho_{21} = \rho_{31} = [-0.1, -0.2]^T$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = [-0.89, -0.85, -0.85]$$

采样周期为 0.2 s, 并给出一组切换序列如下:

$$\begin{aligned} & [110002221111 \underbrace{0 \dots 0}_{20} \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_{10} \underbrace{0 \dots 0}_{10} \\ & \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{0 \dots 0}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_8 \underbrace{1 \dots 1}_{10} 100002221111 \\ & \underbrace{0 \dots 0}_{20} \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_{10} \underbrace{0 \dots 0}_{10} \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{0 \dots 0}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_8 \\ & \underbrace{1 \dots 1}_{10} 100002221111 \underbrace{0 \dots 0}_{20} \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_{10} \\ & \underbrace{0 \dots 0}_{10} \underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{0 \dots 0}_{10} \underbrace{2 \dots 2}_8 \underbrace{1 \dots 1}_{10}] \end{aligned}$$

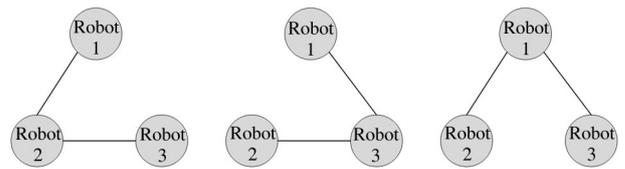


图 2 机器人通信拓扑结构示意图

其中通信切换序列中的 0、1、2 分别对应图 2 中的 3 种通信拓扑结构。

从序列中可以得知,各子系统切换次数为 53 次,通过算法 1 可以得到  $\mu = 1.1, \lambda = 0.9932$ ; 通过子系统的切换顺序和平均驻留时间的定义,可以得到  $t_\alpha = 400/53 = 7.5472$ 。因此在这种情况下,可以进一步得到  $t_\alpha > t_\alpha^* = \ln \mu / 2 \ln(1/\lambda) = 6.9842$ , 平均驻留时间满足定理 1 的式(23), 那么系统指数稳定且具有指数衰减率  $\rho(\lambda, t_\alpha) = \lambda \mu^{\frac{1}{2t_\alpha}} = 0.9995$ 。仿真结果如图 3 和图 4 所示。图 3 为移动机器人的状态误差曲线,机器人在 40 s 左右可以完成路径跟

踪。图4为误差控制输入。

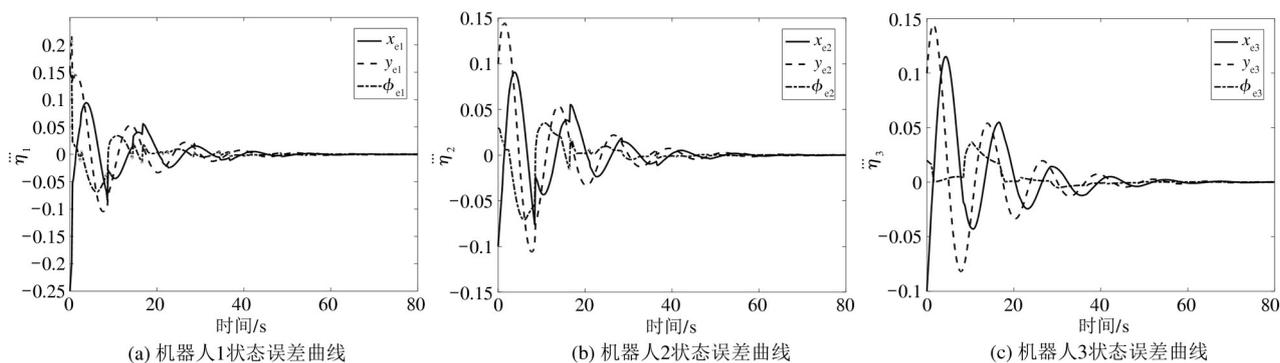


图3 移动机器人状态误差曲线

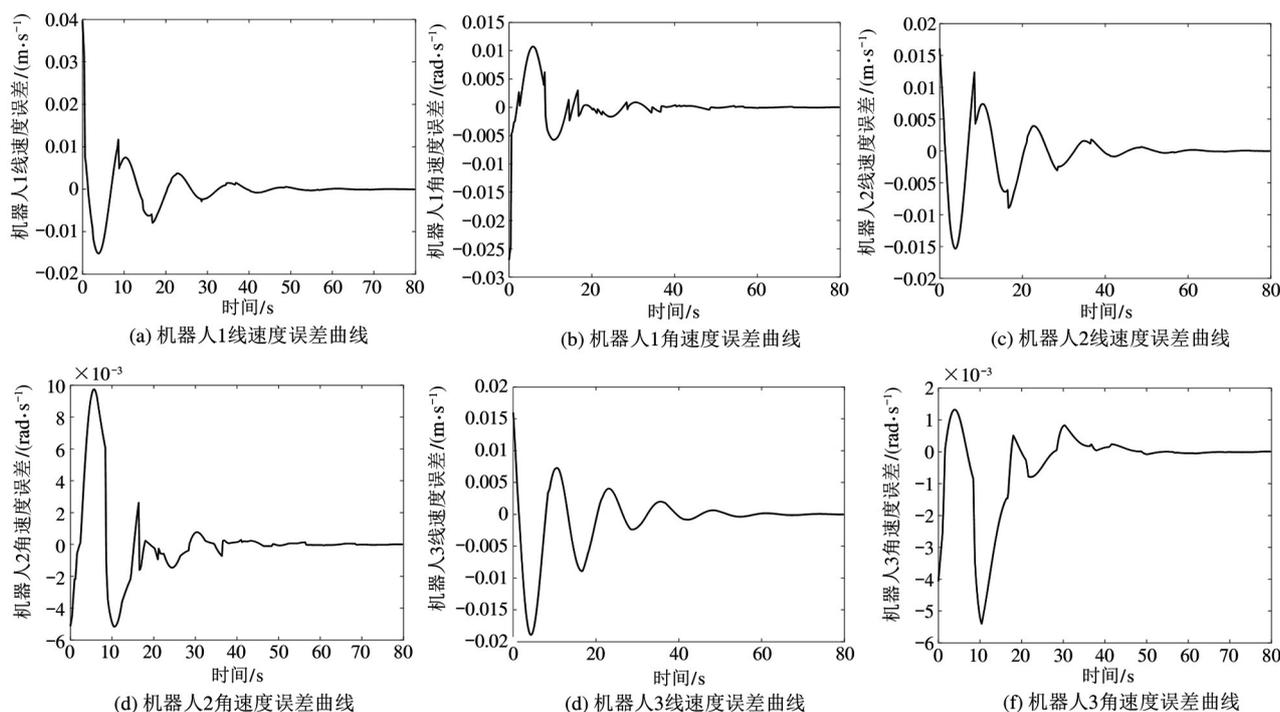


图4 移动机器人误差控制输入

图5中 $\tau_{12}$ 、 $\tau_{23}$ 和 $\tau_{13}$ 分别为路径参数 $\tau_1$ 和 $\tau_2$ 之差、 $\tau_2$ 和 $\tau_3$ 之差以及 $\tau_1$ 和 $\tau_3$ 之差。移动机器人1和移动机器人2最后收敛的角度差是 $60^\circ$ ，移动机器人2和移动机器人3最后收敛的角度差是 $60^\circ$ ，移动机器人1和移动机器人3最后收敛的角度差是 $0^\circ$ 。移动机器人图中的路径参数误差在40s左右趋于0，那么移动机器人在40s后可以实现期望的编队运动。

图6为移动机器人运动轨迹的仿真图。图中分别选取了3组不同时刻的编队运动情况， $t=0\text{s}$ ， $t=40\text{s}$ 和 $t=80\text{s}$ 。 $t=0\text{s}$ 时为初始时刻，虚线三角形

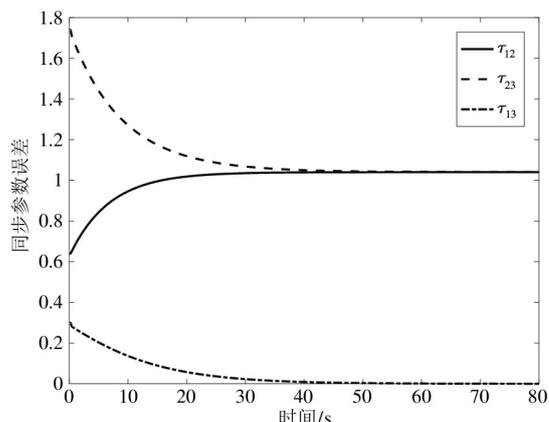


图5 移动机器人路径参数误差曲线

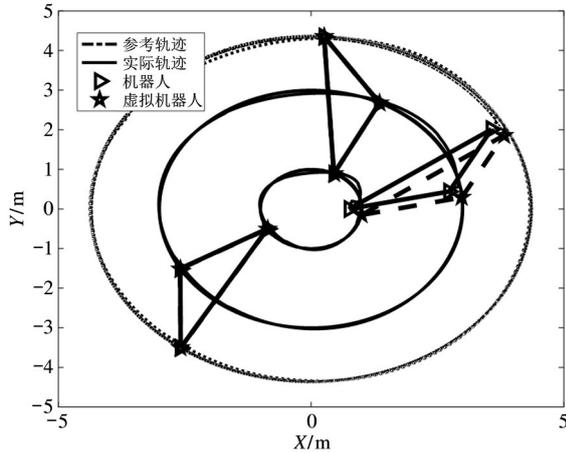


图 6 移动机器人编队运动轨迹图

为虚拟机器人形成的期望编队结构,实线三角形为实际机器人形成的初始编队结构。显然在初始时刻实际机器人没有形成期望的编队结构,当  $t = 40$  s 时 3 组移动机器人基本形成期望的编队结构,与虚拟机器人的轨迹基本重合。最后选取  $t = 80$  s 时刻,可以看到多移动机器人可以在间歇通信的情况下,稳定地保持期望的编队结构运动。

## 4 结论

本文针对在间歇通信条件下的编队控制问题,提出了一种分布式切换预测控制方法。利用分布式 MPC 方法,结合级联控制系统方法,分别针对系统的名义模型部分和路径参数同步项设计了控制器,并给出系统指数稳定的充分条件以及平均驻留时间。机器人编队系统在切换拓扑策略下,实现间歇通信的目的。仿真实验表明,多移动机器人在通信受限的情况下,利用本文所提出的算法,机器人仍然可以较好地完成编队运动,从而达到了在大规模机器人协同控制中降低通信负载的要求。

### 参考文献

[ 1 ] ZHONG H, MIAO Z, WANG Y, et al. A practical visual servo control for aerial manipulation using a spherical projection model [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(12):10564-10574.

[ 2 ] XU L, FAN H, DONG Z, et al. Robust consensus control for leader-following multi-agent system under swit-

ching topologies [C] // International Conference on Cybernetics, Robotics and Control. Hong Kong, China: CRC, 2016:27-31.

[ 3 ] 张明, 严卫生, 高剑. 实时位置反馈的多机器人主从式编队控制[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(2):12-15.

[ 4 ] LUO X Y, HAN N N, GUAN X P. Leader-following formation control of multi-agent networks based on distributed observers[J]. Chinese Physics B, 2010, 19(10):7-15.

[ 5 ] JIAN Y, TANG G Y. Formation control for mobile multiple robots based on hierarchical virtual structures [C] // IEEE International Conference on Control & Automation. Xiamen, China: IEEE, 2010:393-398.

[ 6 ] YOSHIOKA C, NAMERIKAWA T. Formation control of nonholonomic multi-vehicle systems based on virtual structure[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2008, 41(2):5149-5154.

[ 7 ] LINORMAN N, LIU H. Formation UAV flight control using virtual structure and motion synchronization [C] // American Control Conference. Seattle, USA: ACC, 2008:1782-1787.

[ 8 ] MARINO A, PARKER L. Behavioral control for multi-robot perimeter patrol: a finite state automata approach [C] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Kobe, Japan: IEEE, 2009:831-836.

[ 9 ] ARRICHIELLO F, CHIAVERINI S, FOSSEN T I. Formation control of underactuated surface vessels using the null-space-based behavioral control [C] // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Beijing, China: IEEE, 2006:5942-5947.

[ 10 ] ANTONELLI G, ARRICHIELLO F, CHIAVERINI S. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(5):1173-1182.

[ 11 ] LI Z, YUAN W, CHEN Y, et al. Neural-dynamic optimization-based model predictive control for tracking and formation of nonholonomic multirobot systems [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(12):6113-6122.

[ 12 ] 刘安东, 秦冬冬. 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制 [J]. 控制与决策, 2021, 36(5):1273-

- 1280.
- [13] LIU A D, ZHANG W A, YU L, et al. Formation control of multiple mobile robots incorporating an extended state observer and distributed model predictive approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020,50(11):4587-4597.
- [14] FUA C H, GE S S, DO K D, et al. Multi-robot formations based on the queue-formation scheme with limited communications [C] // Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation. Rome, Italy: IEEE, 2007:2385-2390.
- [15] ZHOU J, GUO Y H, LI G J, ZHANG J. Event-triggered control for nonlinear uncertain second-order multi-agent formation with collision avoidance [J]. IEEE Access, 2019,7:104489-104499.
- [16] 罗捷, 鲁良叶, 何德峰, 等. 通信拓扑切换下车辆队列分布式模型预测控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(7):887-896.
- [17] WALID A G, HECTOR B, ALI E. A robust distributed model predictive control algorithm[J]. Journal of Process Control, 2011,21(8):1127-1137.

## Distributed switching predictive control for multiple mobile robots with intermittent communication

CHEN Jiamin, LIU Andong, TENG You

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

### Abstract

A distributed switching predictive control method is proposed for multi-robot formation with intermittent communication. Firstly, in order to reduce the communication cost, the switching topology strategy is described as intermittent communication, and the multi-robot formation is modeled as a switching system model with path parameter synchronization constraints. For the nominal system, the sufficient conditions for the exponential stability of the nominal system and the design method of the stabilizing controller are given by using the distributed switching predictive control method. For the path parameter synchronization constraint term, the design method of path parameter synchronization controller based on distributed predictive control is given by minimizing the cost function with path parameter synchronization constraint. Finally, the simulation verifies that the proposed algorithm can enable multiple mobile robots to complete the formation task under the condition of intermittent communication.

**Key words:** multiple mobile robot, intermittent communication, switched predictive control, formation control