高技术通讯 2024 年 第 34 卷 第 1 期:72-82

doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.01.008

一种基于曲率和 B 样条的矿区装载车辆连续路径规划方法①

禹鑫燚② 刘逸哲 欧林林③

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘 要 矿区装载车辆的任务是从进入点到装载点进行装载,然后离开矿区。在进入装载点前,车辆要在回转点改变行进方向,以便倒车进入装载点。针对装载车辆的任务特点,本文提出了一种基于曲率和 B 样条的路径规划方法。首先,基于车辆运动模型设计了 A * 算法的成本函数,获得了与车辆转弯半径相关的离散路径。为了进一步获得装载车辆的连续路径,又提出了改进的 B 样条插值法,使得连续路径两端切线符合车辆起始点和终点的位姿。随后,基于模拟退火算法,获得了车辆的回转点,使得车辆可以在进入装载点前改变前进方向。仿真结果表明,所提出的连续路径规划方法能够保证生成曲率连续的装载车辆路径,并保证路径两端符合车辆在起始点和终点的位姿,为矿区装载车辆的自动驾驶技术提供了基础。

关键词 装载车辆; 路径规划; A * 算法; B 样条; 回转点

矿山工作环境恶劣、危险程度高,矿山智能化是当前采矿行业发展的重要趋势。目前,国内部分矿山已经建成了自动化、信息化的采矿系统。装载车辆的自动驾驶是矿业智能化的重要组成部分。采用装载车辆自动驾驶技术可以有效减少对驾驶人员健康和安全的威胁,并大幅度提高生产效率、降低生产成本,并减少事故发生的概率。

路径规划技术是装载车辆自动驾驶技术研究的关键。传统的路径规划算法包括 A * 算法[1-2]、人工势场法[3]和快速扩展随机树(rapidly-exploring random trees,RRT)算法[4]等。这些算法通常假设车辆是能够以任意方向运动的质点,并不考虑车辆的运动学模型,因此获得的路径通常难以执行。同时这类算法获得的路径大多数是离散点,需要和其他方法结合才能生成连续路径。因此,许多研究人员通过将路径规划与车辆运动学模型相结合的方式,优化现有的传统路径规划方法。Dubins[5]基于四轮车辆的运动学模型并假设车辆只能向前行驶,提出了 Dubins 曲线,利用圆弧和线段获得了在满足曲率约束和规定的始端和末端切线方向条件下的最短路径。Reeds 和 Shepp[6]在此基础上提出了 Reeds-Shepp 路径,允许车辆在执行路径规划的时候执行后退的动作。Fraichard 和 Scheuer[7]继续对该类型的路径进行优化,在线段和圆弧段之间插入了一段曲线,保证了曲率的连续变化。Dmitri 等人[8]将 Reeds-Shepp 路径和 A * 算法相结合,提出了混合 A * 算法。混合 A * 规划的路径考虑了车辆的运动学约束,使得 A * 算法满足了车辆的最大曲率约束。这些方法保证了生成路径的连续性,同时也保证了车辆的运动学约束。为了获得更平滑的路径,一些路径规划方法引入了曲线插值方法,如多项式曲线[9]、回旋曲线[10]、贝塞尔曲线[11]和 B 样条[12]。李玄赫[13]提出回旋曲线-圆弧-直线的路径规划方法,解决了车辆在窄车位的情况下自动泊车的问题。钱东海等人[14]利用三次 B 样条曲线确定了满足自动导向车(automated guided vehicle,AGV)运动学约

① 国家重点研发计划(2018YFB1308000)和浙江省自然科学基金(LY21F030018)资助项目。
② 男,1979 年生,博士;研究方向:机器人控制与规划;E-mail: yuxinyinet@163.com。
③ 通信作者,E-mail: linlinou@zjut.com。
(收稿日期:2022-03-07)

束的最短路径,使 AGV 能够从偏移位置回到规划的连续路径上。Wu 等人[15]将 B 样条和人工势场算法相结合,利用 B 样条曲线对路径进行平滑处理,获得了较好的结果。Zeng 等人[16]讨论了 B 样条控制点夹角对路径曲率的影响,并将其与 RRT 算法相结合,使得车辆变道时可以实时生成连续路径。Mohamed 等人[17]利用 B 样条实现了一种具有连续转向运动路径的算法,保证了生成的路径符合类汽车移动机器人的运动学约束。矿区装载车辆,在进入装载点前,车辆需要在回转点改变行进方向,以便倒车进入装载点。鲍久胜等人[18]利用改进 A * 算法和人工势场算法对无轨胶轮车在井下执行任务进行路径规划,并利用三次样条插值方法进行路径平滑。在目前研究中,针对矿区环境下满足上述特殊任务的路径规划问题还未得到很好的解决。

本文针对矿区装载车辆在矿区工作过程中自动驾驶的路径规划问题,提出了一种新的路径规划方法。首先根据车辆的运动学模型,提出了一种基于曲率优化的 A * 算法,获得符合车辆动态运行特性的离散路径。为了进一步求取连续的路径,基于车辆在初始位置和终点的位姿,提出了一种改进的 B 样条曲线插值方法,保证了路径两端的车辆方向。另外,为了确定车辆的回转点,利用模拟退火算法,结合初始路径,获得合适的回转点位置。最后,仿真实验证明了算法的有效性。该方法能够生成无碰撞的连续曲率路径,且保证了在路径两端的切线符合车辆的起止位姿。同时还可以有效找到一个回转点,使得车辆可以在回转点改变行进方向。

1 问题描述

矿场内装载车辆的基本功能是从矿场入口处驶入工作区域,然后在装载点进行装载,装载完毕后从离去点离开矿场,其工作示意图如图 1 所示。

在一般情况下,装载车辆需倒车驶入装载区,装载车辆必须在进入装载区之前改变方向。因此,需要找到一个回转点,使得车辆可以在回转点使运动方式从前进改为倒车。本文要解决的主要问题是,获得装载车辆的连续路径,使其满足以下2个条件:(1)确定车辆出发点和离去点之间的路径,该路径需要连续且能避开环境障碍;(2)确定装载车辆的回转点,使得车辆可以在回转点处改变行进方向。

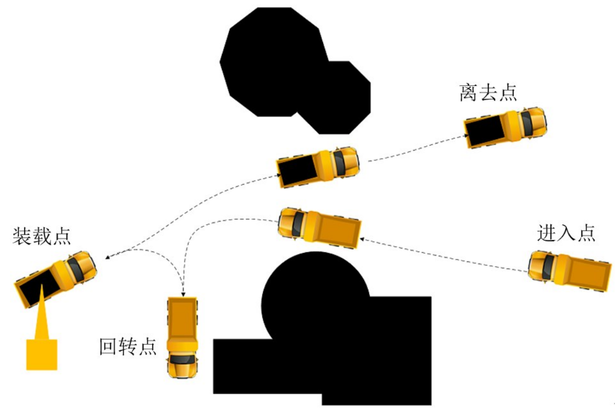


图 1 装载车辆矿区工作示意图

2 基于曲率和 B 样条的连续路径规划设计方法

本文提出的装载车辆路径规划方法主要包括基于曲率优化的 A * 算法设计、两端导数约束的 B 样条连续路径获取以及回转点确定。基于装载车辆的运动学模型设计成本函数,对 A * 算法进行改进,获取装载车辆从出发点到装载点的离散路径点的运动路径,进一步,将利用两端导数约束的 B 样条路径进行路径插值,然后利用改进 B 样条插值求出连续路径,之后在求出连续路径的情况下利用模拟退火算法求出回转点。最后利用 A * 算法和改进 B 样条求出各点之间的连续路径。

2.1 基于曲率优化的改进 A * 算法

A * 算法是一种启发式的路径规划算法,常用于解决静态路网求取最短路径的问题。相对于 Dijkstra 算法,A * 算法加入了启发信息进行搜索方向引导,提高了路径搜索效率。A * 算法的成本公式为

$$f(n) = g(n) + h(n) \tag{1}$$

其中,$f(n)$ 为 A * 算法的路径成本,$g(n)$ 为初始位置到位置 n 所需的最小路径成本,$h(n)$ 为位置 n 到最终位置的估计路径成本。常见的 A * 算法中,2 点间路径成本通常定义为 2 点间的欧氏距离,即 2

点之间的直线距离。为了使得装载车辆能够准确跟踪所生成的路径,本文基于装载车辆运动路径的曲率对成本函数式(1)进行了设计。

考虑如图 2 所示的装载车辆运动模型,车辆只有前轮可以转弯。其中,(x, y) 为车辆的位置,定义为车辆后轮的中心;θ 为车辆相对于 x 轴的方向;ρ 为车辆转弯半径;L 为车辆的轴距长度;ϕ 为车辆的转向角。

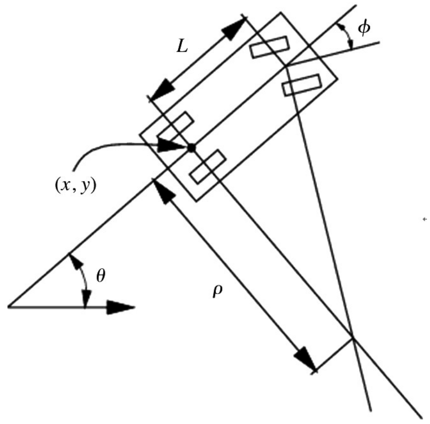


图 2 车辆运动模型

定义曲率 κ 为车辆转弯半径的倒数,可得:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\tan\phi}{L} \tag{2}$$

对式(2)进行微分,可得:

$$\frac{d\kappa}{ds} = \frac{\frac{d\phi}{ds}}{L\cos^2\phi} \tag{3}$$

当 ϕ 足够小的时候,可以认为 $\tan\phi \approx \phi, \cos\phi \approx 1$,因此式(3)可以近似为

$$\frac{d\kappa}{ds} = \frac{1}{L}\frac{d\phi}{ds} \tag{4}$$

在路径规划过程中,希望路径的曲率不发生过大的变化,因此根据式(4),定义如下的路径成本函数,其中 ω_1 和 ω_2 为大于 0 的常数参量。

$$E_1 = \omega_1 \int \left(\frac{d\kappa}{ds}\right)^2 ds + \omega_2 \int 1 ds \tag{5}$$

为了获得曲率对弧长的导数 $\frac{d\kappa}{ds}$ 的离散化评估,首先要获得曲率的离散化评估。将曲率改写成车辆姿态对路径的微分形式,可以得到:

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} \tag{6}$$

利用中心差分公式[19]对式(6)进行评估,可以获得如下离散曲率:

$$\kappa_i = \frac{d\theta_i}{ds} = \frac{\frac{\Delta s_i}{\Delta s_{i+1}}(\theta_{i+1} - \theta_i) - \frac{\Delta s_{i+1}}{\Delta s_i}(\theta_{i-1} - \theta_i)}{\Delta s_i + \Delta s_{i+1}} \tag{7}$$

其中,θ_i 为路径中的第 i 个点所对应的车辆位姿,Δs_i 为第 i 段路径。根据中心差分的前向差分公式和后向差分公式,可求得前向差分公式为

$$\kappa_1 = \frac{d\theta_1}{ds} = \frac{\left(2 + \frac{\Delta s_3}{\Delta s_2}\right)(\theta_2 - \theta_1) + \frac{\Delta s_2}{\Delta s_3}(\theta_2 - \theta_3)}{\Delta s_2 + \Delta s_3} \tag{8}$$

在点 n 处的后向差分公式为

$$\kappa_n = \frac{d\theta_n}{ds} = \frac{\left(2 + \frac{\Delta s_{n-1}}{\Delta s_n}\right)(\theta_n - \theta_{n-1}) + \frac{\Delta s_n}{\Delta s_{n-1}}(\theta_{n-2} - \theta_{n-1})}{\Delta s_{n-1} + \Delta s_n} \tag{9}$$

同理可得,曲率对弧长的导数 $\frac{d\kappa}{ds}$ 的离散化评估,只需要将式(7) ~ (9)中的 θ_i 替换为 κ_i 即可。因此将式(5)改写成如下离散形式:

$$E_1 \approx \omega_1 \sum \left(\frac{d\kappa_i}{ds}\right)^2 \Delta s_i + \omega_2 \sum \Delta s_i \tag{10}$$

将式(10)作为路径曲率成本应用于 A * 算法中,代替原来的路径距离成本,可以得到初始位姿到点 n 的已知路径曲率成本 $g(n)$ 和点 n 到终点位姿的路径曲率成本 $h(n)$。假设点 k 为目标点,则可以得出 A * 算法中的路径成本公式需修改为

$$\begin{aligned} g(n) &= \omega_1 \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{d\kappa_i}{ds}\right)^2 \Delta s_i + \omega_2 \sum_{i=0}^{n} \Delta s_i \\ h(n) &= \omega_1 \sum_{i=n}^{k} \left(\frac{d\kappa_i}{ds}\right)^2 \Delta s_i + \omega_2 \sum_{i=n}^{k} \Delta s_i \end{aligned} \tag{11}$$

式(11)显示,在本文中,路径成本即为路径的曲率成本。其中 $g(n)$ 为起始点到当前探索节点 n 的最小路径曲率成本,$h(n)$ 为当前探索节点 n 到最终位置 k 的预估路径曲率成本。

2.2 两端导数约束的 B 样条路径

2.1 节中利用改进 A * 算法求取了车辆的运动路径,并获得了车辆运动路径的离散点,在本节中,将利用两端导数约束的 B 样条进行路径插值,获得

连续路径。

一般情况下,p 次 B 样条通常写成如下形式:

$$r(u) = \sum_{i=0}^{m} P_i N_{i,p}(u) \tag{12}$$

其中,P_i 为对应控制点;$N_{i,p}(u)$ 为 p 次基样条;$r(u)$ 为对应值的 B 样条曲线上的插值点,m 为生成 B 样条所需的控制点数目;u 为 B 样条基样条求取的插值参数,$u \in [0,1)$。由于生成的路径要保持曲率连续,因此需要生成的 B 样条保证 C2 连续,即生成曲线的二次导数为连续,故至少要使用三次 B 样条,因此 p 取值为 3。假设所生成的离散路径点数目为 n,且生成的 B 样条函数必须经过两端点,则根据非均匀有理 B 样条的基本性质,所需控制点数目为 $m = n + p + 1 = n + 4$。

根据式(12),为了获得 B 样条曲线,需要获得 B 样条的基样条。利用 De-Boor 递推式可以获得任意阶数的 B 样条基函数。De-Boor 递推式为[20]

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leqslant u < u_{i+1} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \tag{13}$$

其中,u_i 为节点,且 $u_i < u_{i+1}$。可定义一个单调不减的实数序列 $U = \{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$,其中 m 为实数序列 U 中节点的数目。通常实数序列中的节点数目和控制点数目相同。根据 De-Boor 递推式,可以得知,求取 B 样条的基样条的核心就是求取实数序列 U。

假定数据点 Q_i 为根据改进 A * 算法获得的路径点。首先,根据弦长法,将弦长参数 τ_i 赋给每一个数据点 Q_i:

$$\tau_0 = 0,\ \tau_i = \tau_{i-1} + \frac{|Q_i - Q_{i-1}|}{d},\ i = 1, \cdots, n \tag{14}$$

其中,d 为整段路径的距离,n 为路径点数目。在获得弦长参数 τ_i 后,定义出实数序列 U 中的节点 u_i。根据 NURBS 的定义[20],为了获得三次 B 样条,需要在 B 样条的起点和终点处重复 4 次节点。因此实数序列 U 可以定义为

$$\begin{gathered} u_0 = \cdots = u_3 = 0,\ u_{m-3} = \cdots = u_m = 1 \\ u_{j+3} = \frac{1}{3}\sum_{i=j}^{j+2} \tau_i,\ j = 1, \cdots, m - 7 \end{gathered} \tag{15}$$

其中,m 为生成实数序列中的节点数目,τ_i 为弦长参数中第 i 个弦长。

常规的 B 样条曲线并没有考虑曲线两端的导数约束,因此生成的路径并不能反映车辆的真实运动轨迹。因此需要在 B 样条两端考虑车辆位姿的约束,使得生成的轨迹符合车辆的运动轨迹。假设车辆在路径两端都是无转向动作的,因此可以在轨迹两端用导数来表示车辆位姿约束。

将路径两端车辆运动方向表示为向量 D_0 和 D_n。在 2 个端点处的车辆方向向量由 B 样条导数决定。对于实际路径,车辆在进入点和离开点都为直线运动,不存在转弯,因此在这 2 个点上车辆的曲率为 0。对于任意曲线上的一点,其曲率公式被定义为

$$\kappa = \frac{y''}{1 + y'^2} \tag{16}$$

其中 y 为曲线上对应点的具体数值。因此在该点上的 B 样条曲线二次导数为 0。为此,需要求取 B 样条 2 端点处的一次导数和二次导数。B 样条导数公式为

$$r^{(j)}(u) = \sum_{i=0}^{m} N_{i,p}^{(j)}(u) P_i \tag{17}$$

其中,j 为导数次数,m 为控制点数目,$r^{(j)}(u)$ 为 B 样条对应插值点上的 j 次导数值,$N_{i,p}^{(j)}(u)$ 为基样条的 j 次导函数,P_i 为 B 样条控制点,u 为 B 样条基样条的求取插值参数且 $u \in [0,1)$。基样条的 j 次导函数 $N_{i,p}^{(j)}(u)$ 的求取公式为

$$N_{i,p}^{(j)}(u) = p\left(\frac{N_{i,p-1}^{(j-1)}(u)}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(j-1)}(u)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}}\right) \tag{18}$$

其中 p、j、u 的含义同式(17)一致,u_i 为对应的实数序列中第 i 个节点。通常情况下,LU 分解被用来求取 B 样条的控制点[20],可以将起始点和终点的导数约束写入求取控制点的公式中,改进 B 样条求取控制点的公式如式(19)所示。在式(19)中,为了获得最优的 B 样条路径,需要优化参数 α 和 β。

$$
\begin{bmatrix}
1 & & & & & & & & \\
N_0^{(1)}(t_0) & N_1^{(1)}(t_0) & & & & & & & \\
N_0^{(2)}(t_0) & N_1^{(2)}(t_0) & N_2^{(2)}(t_0) & & & & & & \\
 & N_1(t_1) & N_2(t_1) & N_3(t_1) & N_4(t_1) & & & & \\
 & & \ddots & & \vdots & & \ddots & & \\
 & & & & N_{m-4}(t_{n-1}) & N_{m-3}(t_{n-1}) & N_{m-2}(t_{n-1}) & N_{m-1}(t_{n-1}) & \\
 & & & & & & N_{m-2}^{(2)}(t_n) & N_{m-1}^{(2)}(t_n) & N_m^{(2)}(t_n) \\
 & & & & & & & N_{m-1}^{(1)}(t_n) & N_m^{(1)}(t_n) \\
 & & & & & & & & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{m-3} \\ P_{m-2} \\ P_{m-1} \\ P_m \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} Q_0 \\ \alpha D_0 \\ 0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n-1} \\ 0 \\ \beta D_n \\ Q_n \end{bmatrix}
\tag{19}
$$

由于生成 B 样条时需要考虑生成路径的曲率，同时希望生成路径的曲率的变化率不要过大，故 B 样条的成本公式需要考虑曲率对路径的积分以及曲率对路径导数对路径的积分。因此，定义如下的 B 样条成本公式：

$$E_2 = \omega_1 \int \kappa^2 \mathrm{d}s + \omega_2 \int \left(\frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}s}\right)^2 \mathrm{d}s \tag{20}$$

其中 κ 为曲率，ω_1 和 ω_2 为大于 0 的常数参量。根据式(15)，可以定义出 B 样条上任意一点的曲率公式和曲率导数公式如式(21)和(22)所示。

$$\kappa = (x'y'' - y'x'')/(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\kappa}{\mathrm{d}s} = &((x'^2 + y'^2)(x'y''' - x'''y') \\ &- 3(x'x'' + y'y'')(x'y'' - x''y')) \\ &/(x'^2 + y'^2)^3\end{aligned} \tag{22}$$

利用高斯-勒让德积分公式对式(20)进行评估，并利用 Powell 方法对评估后的公式做最小化处理，可以获得 α 和 β 的值。

在求取完 B 样条后，需要对 B 样条中的插值点进行检测，以防止车辆路径和障碍物发生碰撞。首先，对障碍物进行 Minkowski 和扩展，得到膨胀区域，定义当路径点经过膨胀区域内，就认为车辆在该点处和障碍物发生碰撞。随后从 B 样条初始位置的点开始每隔 10 个采样点就选取 1 个采样点进行检测，当发现在该点处车辆会和障碍物发生碰撞之时，将该点沿法线方向移动一个车辆轴距，如果仍旧发生碰撞，则继续向外移动，直至该点不和障碍物发生碰撞。为了简化计算，定义 B 样条路径上的采样点的法线的方向为 p_i 到 p_{i-10} 的向量与 p_i 到 p_{i+10} 的向量之和的方向，其中 p_i 为 B 样条上第 i 个采样点。之后，将该点作为新的中间点加入离散路径。在加入离散路径后对该点进行优化。以中间点为圆心绘制 2 个圆，圆半径分别为 3/4 轴距和 1/2 轴距。在 2 圆上分别以等圆心角取 8 个点，根据式(11)计算每个点的成本，并将其移动到成本最小的定位点上。然后重新以其点作为圆心重复上述步骤。B 样条连续路径生成的流程图如图 3 所示。车辆从起始点到终点生成连续路径的路径规划整体算法如算法 1所示。

算法 1　B 样条连续路径生成 *ContinuousPath*

输入：地图 *map*，车辆起始位姿 $pose_{\mathrm{start}}$，车辆终点位姿 $pose_{\mathrm{end}}$

输出：连续路径 *path*

(1) 利用改进 A＊算法获得离散路径 Q
(2) **while** *path* 为空
(3) 　利用弦长法求取实数序列 U
(4) 　利用式(19)计算出 B 样条控制点集合 P
(5) 　计算 B 样条曲线 *B _ Spline*
(6) 　**if** *B _ Spline* 发生碰撞
(7) 　　将碰撞点 p_i 插入离散路径 Q
(8) 　　更新离散路径 Q
(9) 　　重复循环
(10) 　**else**
(11) 　　*path* = *B _ Spline*
(12) 　　返回 *path*
(13) 　**end if**
(14) **end while**

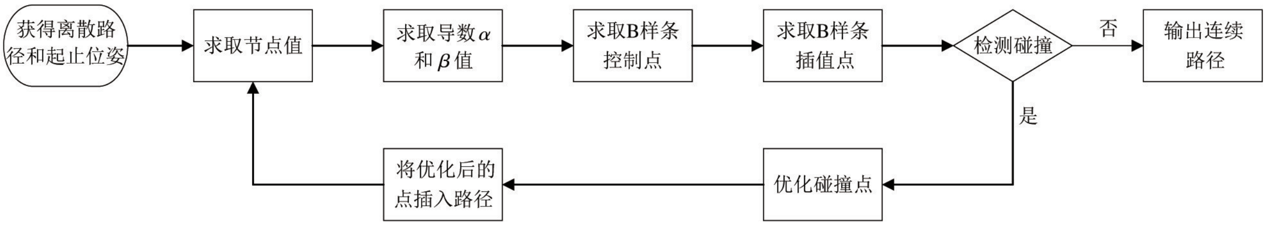


图 3　B 样条连续路径生成流程图

2.3　回转点的求取

一般情况下,装载车辆会以后退的方式进入装载区,因此,它必须在进入装载区之前在回转点改变方向。车辆在回转点前后的路径如图 4 所示。

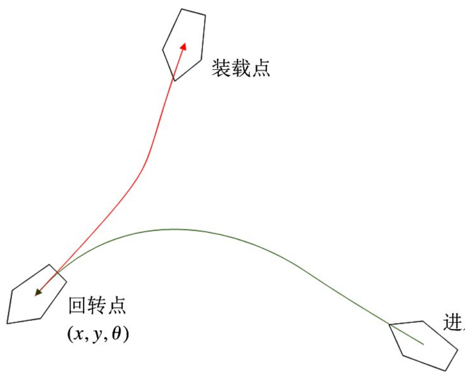


图 4　车辆在回转点前后的路径

车辆回转点由 3 个参数确定,分别为 (x, y, θ),其中 x、y 为车辆的位置坐标,θ 为车辆的姿态角度。回转点的成本根据下式进行计算:

$$E_{\text{turn}} = \omega_1 E_{s\to t} + \omega_2 E_{t\to l} \tag{23}$$

其中 $E_{s\to t}$ 为起始点到回转点的路径成本函数,$E_{t\to l}$ 为回转点到装载点的路径成本函数,ω_1 和 ω_2 为大于 0 的常数参量。路径成本函数由式(11)估算决定。在理想情况下,回转点应当尽量不偏离原路径,因此基于 2.3 节中所得到的连续路径寻找装载点。如图 5 所示,从装载点处回溯长度为 b 的距离,然后将这个点沿垂直于曲线凸边的向量移动长度为 a 的距离,将移动之后的点确定为回转点。将回转点的方向确定为垂直于曲线凸边的向量的方向。

模拟退火算法模仿了玻璃退火的物理过程,相较于贪心算法,其具有一定概率跳出局部最优解,可以有效求出整体最优解。因此,本文中利用模拟退火算法[21]来获得最优的外移距离 a 和回溯距离 b。首先确定初始迭代值。本文中,规定初始回溯距离 b

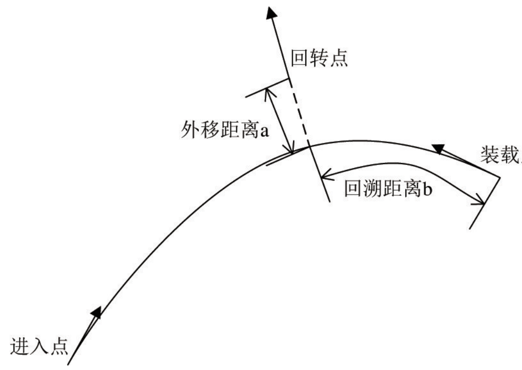


图 5　回转点的确定

等于 5 倍车辆轴距长度,外移距离 a 等于车辆轴距长度。随后对回溯距离 b 和外移距离 a 进行随机扰动,即:

$$\begin{aligned} \Delta a &= T \times a_{\max} \times rand(-1,1) \\ \Delta b &= T \times b_{\max} \times rand(-1,1) \end{aligned} \tag{24}$$

为了防止回转点偏离装载点太远,在本文中,规定 $a_{\max}$ 为 5 倍车辆轴距,$b_{\max}$ 为 10 倍车辆轴距,都要进行距离检测和碰撞检测。当发现回溯距离 b 大于整体线段长度或者在该组数据下生成的点可能发生碰撞,则将该组数据作为无效数据舍弃,该次迭代的数据仍为原数据。

根据模拟退火算法,当在一个温度下执行固定次数迭代或达到平衡时,在该温度下的熔化过程停止,降低温度后继续进行迭代,直至温度小于最低温度,停止迭代。式(25)给出了降温的过程。

$$T_i = T_{i-1} \times 0.9 \tag{25}$$

其中 T_i 为第 i 次迭代所到达的温度。

相较于典型的寻找回转点的方法[17],本文所提出的方法仅需寻找 2 个参数,而不是直接寻找回转点 (x, y, θ),使得生成点可以直接插入离散路径中,不必在每一次进行成本估计的时候先进行路径搜索再预估成本,有效降低了模拟退火算法循环过

程中的单次运行的时间。在单次循环中,三参数模拟退火算法的复杂度为 $O(n^3)$,而本文算法中单次循环复杂度为 $O(n)$。

矿区车辆在执行装载任务过程中的整体路径规划的算法如算法 2 所示。

算法 2　矿区车辆路径规划 *TruckPath*

输入: 地图 map,车辆进入点位姿 $pose_{in}$,车辆装载点位姿 $pose_{load}$,车辆离去点位姿 $pose_{out}$

输出: 车辆回转点位姿 $pose_{turn}$,车辆进入点到回转点的连续路径 $path_{s\to t}$,车辆回转点到装载点的连续路径 $path_{t\to l}$,车辆装载点到车辆离去点的连续路径 $path_{l\to o}$

(1) 求取车辆进入点到车辆装载点的连续路径
　　$path_{s\to l} = ContinuousPath(map, pose_{in}, pose_{load})$
(2) 确定初始距离 a_{start} 和 b_{start}
(3) 确定模拟退火算法的初始退火温度 T
(4) **while** $T > T_{min}$
(5) 　计算当前 a 和 b 的成本 E_{now}
(6) 　根据式(24)进行随机扰动生成 a_{new} 和 b_{new}
(7) 　计算 a_{new} 和 b_{new} 的成本 E_{new}
(8) 　**if** $E_{new} < E_{now}$
(9) 　　$a = a_{new}, b = b_{new}$
(10) 　**else if** $e^{\frac{E_{new}-E_{now}}{T}} < rand(0,1)$
(11) 　　$a = a_{new}, b = b_{new}$
(12) 　**end if**
(13) 　根据式(25)更新退火温度
(14) **end while**
(15) 根据生成的 a 和 b 计算出回转点位姿 $pose_{turn}$
(16) 求取车辆进入点到车辆回转点的连续路径
　　$path_{s\to t} = ContinuousPath(map, pose_{in}, pose_{turn})$
(17) 求取车辆回转点到车辆装载点的连续路径
　　$path_{t\to l} = ContinuousPath(map, pose_{turn}, pose_{load})$
(18) 求取车辆装载点到车辆离去点的连续路径
　　$path_{l\to o} = ContinuousPath(map, pose_{load}, pose_{out})$

3　仿　真

为了验证路径规划的有效性,本文对所提出的装载车辆路径规划方法进行了验证。假设装载车辆从进入点进入矿场,前往装载点进行装载,装载完毕后从离去点离开矿场。由于车辆进入装载点进行装载时需要倒车进入,因此需要在进入装载点之前改变车辆的行进方向。因此,路径规划算法的主要任务是:(1)找到两点之间的曲率连续的无碰撞路径;(2)找到一个回转点使得车辆可以调转行驶方向。

3.1　路径规划算法的对比

实验 1 选取了 A * 算法和 Dubins 算法与本文提出的路径规划算法进行对比。这是 2 种典型的路径规划算法,在路径规划过程中有广泛的应用。将模型导入仿真软件,并确定车辆的起止位姿。其中地图尺寸为 1 300 × 450,车辆起始位姿为(1 105,206,120 °),3 个参数分别代表车辆位置(x, y)和车辆姿态角 θ。车辆的终止位姿为(306,205, -90 °)。随后分别利用 A * 算法、Dubins 算法和本文所提出的算法进行对比,生成的路径如图 6 所示。其中实线为 A * 算法生成的路径,点线为本文算法生成的路径,虚线为 Dubins 算法生成的路径。

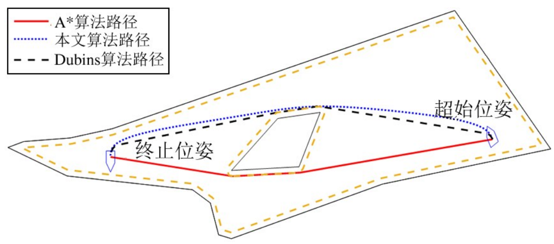
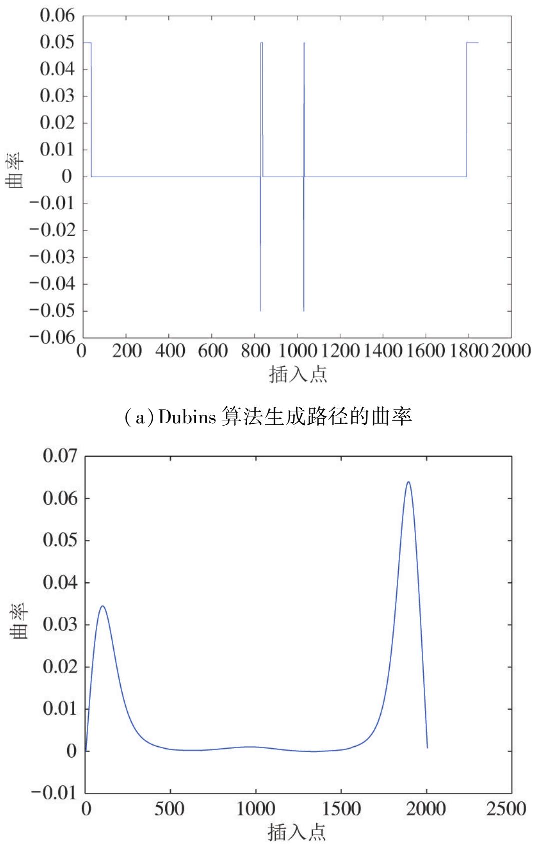


图 6　3 种路径规划算法的对比

由于无需进行路径平滑插值,A * 算法所花费的时间最少,但是 A * 算法生成的路径为离散折线路径,且生成的路径并不符合车辆在起始点和终点的位姿。Dubins 算法和本文算法都可以生成连续路径,且生成的路径符合车辆在起点和终点的位姿。同时,Dubins 算法生成连续路径的时间为 0.334 19 s,本文算法生成连续路径的时间为 0.379 32 s,可见本文算法和 Dubins 算法在计算时间上没有明显的差距。为此,本文对比了本文算法和 Dubins 算法生成路径的曲率变化,2 种算法生成的连续路径的曲率变化图如图 7 所示。

由图 7 可见, Dubins 曲线生成的路径会在圆弧和直线的交接处发生曲率突变的现象,且在起始位姿和终止位姿处曲率皆不为 0,而本文所生成的路径曲率连续变化,不会发生突变现象,且在起始位姿和终止位姿处的曲率皆为 0,减少了车辆的轮胎磨损。



(a) Dubins 算法生成路径的曲率

(b) 本文算法生成路径的曲率

图 7　Dubins 算法和本文算法生成路径的曲率对比

3.2　矿区全流程连续路径获取

实验 2 利用障碍物较为稀疏的情况来演示算法的全流程。

首先,将矿场数据和障碍物数据导入仿真软件中,地图尺寸为 1 300 × 450。并设置车辆的进入点位姿,装载点位姿和离去点位姿。车辆进入点位姿为(1 206,285.5, -120 °),车辆装载点位姿为(306,276,0 °),车辆离去点位姿为(1 056,354,30 °)。矿场地图如图 8 所示,其中黑色表示矿场边界和障碍物,虚线边框为利用 Minkowski 和生成的膨胀区域边界。当点位于膨胀边界当中时,可以视为车辆和障碍物发生碰撞。

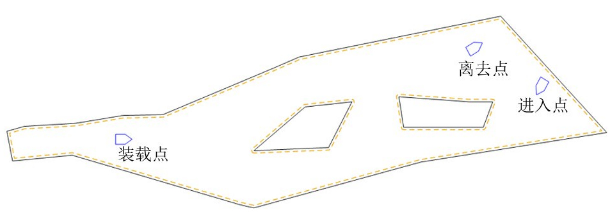


图 8　矿场地图

随后,利用 2.2 节提出的改进 A * 算法和 2.3 节提出的 B 样条 1 插值法生成车辆从进入点到装载点的路径,如图 9 所示。需要注意的是,在生成该路径时,为了方便之后回转点的求取,默认车辆在装载点的朝向为车辆在装载点位姿的反方向。

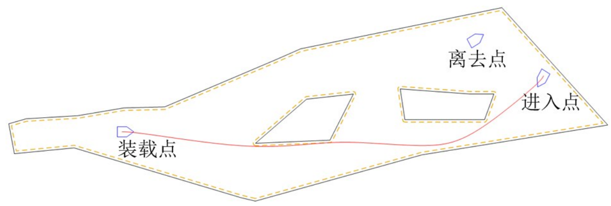


图 9　车辆从进入点到装载点的 B 样条路径

然后,利用 2.4 节的方法获得回转点,并利用改进 A * 算法和 B 样条获得装载车辆全流程的路径。生成的全流程连续路径,如图 10 所示。可见该算法可以生成无碰撞路径且能找到一个回转点,能够较好地完成任务。需要注意的是,由于车辆是从回转点倒车进入装载点,因此在求取回转点到装载点路径的时候算法输入的位姿方向为两点处的车辆位姿的反向。

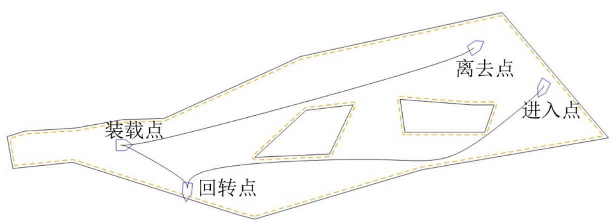
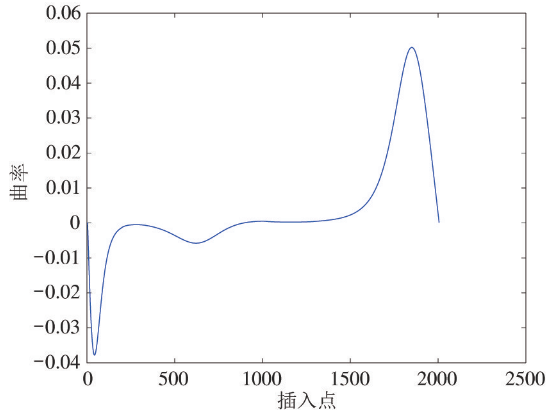


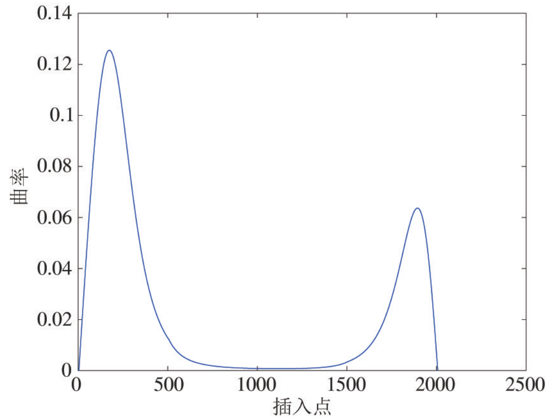
图 10　全流程连续路径

同时进行了 2 种回转点搜索算法搜寻回转点的对比,2 种算法都可以较好地搜索出如图 10 所示的回转点,但是文献[17]的三参数模拟退火算法单次搜索时间明显长于本文的算法,本文算法单次循环平均时间为 0.02 s 左右,而文献中所示的模拟退火算法单次循环的平均时间在 9.8 s 左右。

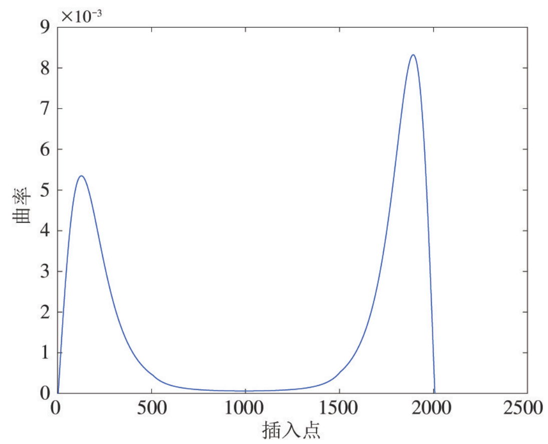
实验 2 所生成路径的曲率如图 11 所示。由图 11 可见,本文提出的算法所生成的路径为曲率连续变化的曲线,且在起始点和终点处的曲率为 0,而 Dubins 曲线在圆弧和直线相交的部位会出现曲率突变的现象,且在生成的路径两端曲率为最大。因此本文所提出的路径可以较好地完成装载车辆的路径规划任务。



（a）装载点到回转点的路径的曲率



（b）回转点到装载点的路径曲率



（c）回转点到离去点的路径的曲率

图 11　三段连续路径曲率变化

3.3　密集障碍物情况下的连续路径规划

实验 3 考虑障碍物较为密集的情况。将矿区边界数据和障碍物数据导入仿真软件,地图尺寸为 700 × 350。其中,车辆初始点位姿为(106,204,－15 °),车辆装载点位姿为(405,96.3,90 °),车辆离去点位姿为(506,193.6,－30 °)。在障碍物密集的情况下,所获得的全流程连续路径如图 12 所示,生成的 3 段连续路径的曲率变化如图13所示。仿真结果

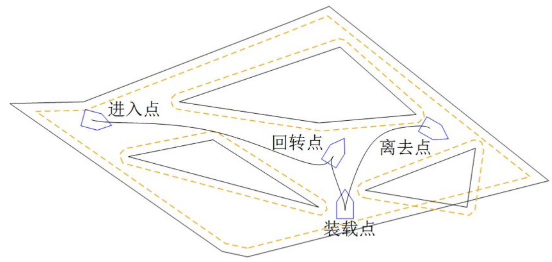
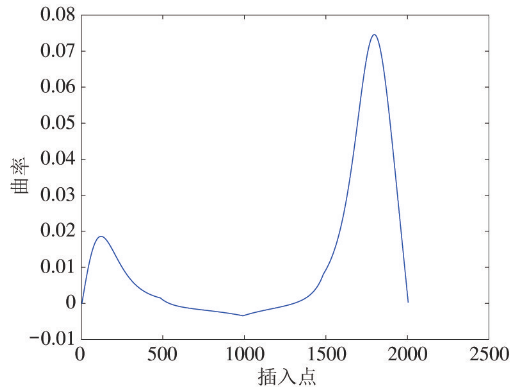
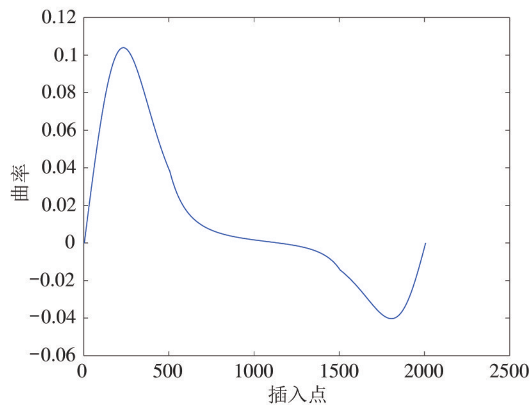


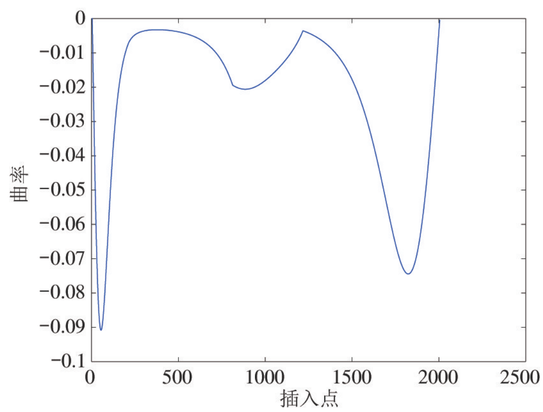
图 12　障碍物较为密集的情况下的全流程路径



（a）装载点到回转点的路径的曲率



（b）回转点到装载点的路径曲率



（c）回转点到离去点的路径的曲率

图 13　三段连续路径的曲率变化

表明,即使障碍物之间存在间隔较窄的瓶颈区或者装载点附近较为狭窄的情况下也可以规划出全流程路径,且曲率变化连续。

4 结 论

本文针对矿区环境下装载车辆的路径规划问题进行了研究,设计了一种基于曲率和 B 样条的路径规划算法。基于车辆的运动学模型改进了 A * 算法的成本函数,保证了生成的离散路径更接近车辆可执行的最优离散路径。基于此离散路径,通过改进三次 B 样条曲线规划出装载车辆的连续路径,保证了生成路径两端的切线方向符合车辆的位姿。并考虑装载车辆的任务特点,基于模拟退火算法确定了装载车辆在矿场中的回转点位置。仿真实验结果表明,本文提出的连续路径规划方法可以规划出质量较高的曲率连续路径,且能求出合理的回转点,并且在障碍物较为密集的情况下依然有效,因此本文所提出的连续路径规划方法可以有效地为自动驾驶装载车辆提供曲率连续的无碰撞路径。

参考文献

[1] 王殿君. 基于改进 A * 算法的室内移动机器人路径规划[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2012,52(8):1085-1089.

[2] WANG Z Y, ZENG G H, HUANG B, et al. Global optimal path planning for robots with improved A * algorithm[J]. Computer Application, 2019,39(9):2517-2522.

[3] ROSTAMI S M H, SANGAIAH A K, WANG J, et al. Obstacle avoidance of mobile robots using modified artificial potential field algorithm[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2019(1):1-19.

[4] CHRISTIAN Z, ERIK-JAN V. Comparison between A * and RRT algorithms for 3D UAV path planning[J]. Unmanned Systems, 2022,10(2):129-146.

[5] DUBINS L E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents[J]. American Journal of Mathematics, 1957,79(3):497-516.

[6] REEDS J A, SHEPP L A. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards[J]. Pacific Journal of Mathematics, 1990,145(2):367-393.

[7] FRAICHARD T, SCHEUER A. From Reeds and Shepp's to continuous-curvature paths[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2004,20(6):1025-1035.

[8] DMITRI D, SEBASTIAN T, MICHAEL M, et al. Motion planning in urban environments[J]. Journal of Field Robotics, 2010,25(11-12):939-960.

[9] GLASER S, VANHOLME B, MAMMAR S, et al. Maneuver-based trajectory planning for highly autonomous vehicles on real road with traffic and driver interaction[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010,11(3):589-606.

[10] BROGGI A, MEDICI P, ZANI P, et al. Autonomous vehicles control in the VisLab intercontinental autonomous challenge[J]. Annual Reviews in Control, 2012,36(1):161-171.

[11] CHOI J W, CURRY R, ELKAIM G. Path planning based on Bézier curve for autonomous ground vehicles[C]//Advances in Electrical and Electronics Engineering-IAENG Special Edition of the World Congress on Engineering and Computer Science. Piscataway, USA: IEEE, 2008:158-166.

[12] BERGLUND T, BRODNIK A, JONSSON H, et al. Planning smooth and obstacle-avoiding B-spline paths for autonomous mining vehicles[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2010,7(1):166-172.

[13] 李玄赫. 狭窄车位的自动泊车路径规划与跟踪控制研究[D]. 大连:大连理工大学, 2021.

[14] 钱东海,孙林林,赵伟. 基于三次 B 样条曲线的叉车型 AGV 路径规划研究[J]. 计算机测量与控制, 2022,30(4):177-181,189.

[15] WU Z C, SU W Z, LI J H. Multi-robot path planning based on improved artificial potential field and B-spline curve optimization[C]//2019 Chinese Control Conference. Guangzhou, China: IEEE, 2019:4425-4430.

[16] ZENG D Q, YU Z P, XIONG L, et al. A novel robust lane change trajectory planning method for autonomous vehicle[C]//2019 IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Paris, France: IEEE, 2019:486-493.

[17] MOHAMED E, MILAN S, REZA N J. Continuous path smoothing for car-like robots using B-spline curves[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2015,80(S):

23-56.

[18] 鲍久胜,张牧野,葛世荣,等. 基于改进 A＊和人工势场算法的无轨胶轮车井下无人驾驶路径规划[J]. 煤炭学报, 2022,47(3):1347-1360.

[19] FERZIGER J H. Numerical methods for engineering applications[M]. Hoboken : Wiley, 1981.

[20] PIEGL L, TILLER W. The NURBS book[M]. 2nd. New York: Springer-Verlag, 1997.

[21] KIRKPATRICK S, GELATT C D, VECCHIM P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983,220(4598):671-680.

A continuous path planning method based on B-spline curves and curvature for loading truck in mining areas

YU Xinyi, LIU Yizhe, OU Linlin

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

The task of loading truck is to load from the entry point to the loading point and then leave the mine. Before entering the loading point, the truck needs to change the direction at turning point. Aiming at the task characteristics of loading truck, a path planning method based on B-spline curve and curvature is proposed in mining areas in this paper. First, the cost function of the A＊ algorithm is designed based on truck motion model, and the discrete paths related to the turning radius of the truck are obtained. In order to further obtain the continuous path of the loading truck, the improved B-spline curve is proposed, so that the tangents at both ends of the continuous path conform to the poses of the truck's starting and ending points. Subsequently, the simulated annealing algorithm is used to obtain the turning point of the truck so that the truck can change its heading before entering the loading point. The simulation results show that the continuous path planning method can ensure the generation of a loading truck path with continuous curvature. And both ends of the path conform to the pose of truck at the starting point and the end point, which provides a basis for the automatic driving technology of loading truck in mining areas.

Key words: loading truck, path planning, A＊ algorithm, B-spline, turning point