doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.07.004

# 基于精度因子与距离残差的加权最小二乘算法 在 DTMB 辅助北斗定位中的应用<sup>①</sup>

李 旋<sup>2\*\*\*</sup> 杨海效\*\*\* 李济源\*\*\* 翟悦峰\*\*\* 吴 虹<sup>3\*\*\*\*\*\*</sup>

(\*南开大学电子信息与光学工程学院 天津 300350)
 (\*\*南开大学光电传感器与传感网络技术重点实验室 天津 300350)
 (\*\*\*光电子薄膜器件与技术研究所 天津 300350)

**摘 要** 北斗三号系统已完成建设,该系统可以在空旷的室外提供较为准确的定位信息。 但是在城市峡谷区域,北斗信号会受到遮挡。当能够提供有效定位信息的北斗卫星数目 逐渐减少时,利用北斗卫星进行定位得到的定位结果偏差会逐渐增大。本文针对以上问 题,在采用地面数字多媒体广播信号辅助北斗定位的基础上,利用基于精度因子与距离残 差的加权最小二乘算法进行定位,相比于利用最小二乘算法进行定位,定位精度提高了 40%~50%。本文提出的算法对于解决定位基站数目不足时增加其他不同类型基站来进 行辅助定位的问题具有借鉴作用。

关键词 改进的加权最小二乘算法;精度因子;距离残差;辅助定位

随着北斗三号系统的发展,不仅全球定位系统 (global position system, GPS)、全球导航卫星系统和 伽利略卫星系统能够提供全球定位服务,北斗卫星 导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)也 具备了为全球用户提供定位、导航和授时服务的能 力<sup>[1]</sup>。目前传统的北斗定位系统在室外等空旷场 景有较高的定位精度<sup>[2]</sup>,可以有效支持自动驾驶、 共享单车定位、快递运输过程监控等功能。但在城 市峡谷等遮挡严重的区域,北斗信号存在多径干扰、 间歇拒止的情况<sup>[3]</sup>。由于在高楼耸立的市区所能 观测到的卫星个数和卫星的几何布局都很难达到精 确定位的要求,仅依靠卫星导航无法满足人们对位 置信息的需求<sup>[4]</sup>。因此需要其他的定位导航信号 辅助北斗进行定位。目前常见的定位导航信号有超 宽带信号(ultra wide band, UWB)<sup>[5]</sup>、Wi-Fi 信号<sup>[6]</sup>、 无线射频识别信号(radio frequency identification,

RFID)、5G 信号、地面数字多媒体广播信号(digital terrestrial multimedia broadcast, DTMB)<sup>[7]</sup>、调频信号(frequency modulation, FM)等。利用 UWB 进行定位,可以达到亚厘米级的定位精度,但是由于其定位设备昂贵,并未得到推广。利用 RFID 信号进行定位,定位设备成本较低,但是信号作用距离短,并且需要标记大量的标签,并不适合在大区域进行定位。Wi-Fi 信号定位多用于室内定位,由于 Wi-Fi 信号穿透能力差,并且利用 Wi-Fi 信号进行定位时,常采用指纹定位法,因此 Wi-Fi 信号不适用于室外定位。5G 信号、DTMB 信号和 FM 信号在室外具有良好的穿透能力,广泛存在于生活环境当中,因此可用于辅助北斗信号进行室外定位。

目前很多学者针对以上问题做出了大量的研究。Li 等人<sup>[8]</sup>联合 BDS 与 5G 进行定位,从 MGEX 网站下载的 JFNG 站 2021 年第 225 天观测文件,得

① 国家自然科学基金面上项目(61571244)和国家自然科学基金联合基金(U2031208)资助项目。

② 女,1998年生,硕士生;研究方向:室外定位;E-mail: 2278765334@qq.com。

通信作者, E-mail: wuhong@nankai.edu.cn。 (收稿日期:2023-12-19)

到 BDS 数据,通过增减 5G 基站数量、改变 5G 基站 构型,研究 5G 基站数量构型对辅助 BDS 定位的影 响,但是由于5G基站覆盖范围有限,在某些BDS信 号无法到达且 5G 基站无法覆盖的区域,定位效果 会大幅下降。Cong 等人<sup>[9]</sup> 通过研究 GPS 的几何精 度因子(geometrical dilution of precision, GDOP)、GPS + DTMB 的 GDOP、FM 约束范围内的参考点数等因 素,找到了 GPS、DTMB 和 FM 的最优集成方式,在卫 星数目不足的情况下,引入 DTMB 作为 GPS 定位的 信息补充,并利用 FM 与 GPS 配合,有效地提高了定 位精度。本文将在前人研究的基础上,在可用于定 位的北斗卫星数目不足的情况下,利用 DTMB 信号 辅助北斗信号进行定位,采用基于精度因子与距离 残差的加权最小二乘法(weighted least squares localization algorithm based on precision factor and pseudorange error, PPWLS),进一步提高定位精度。

1 研究方法

### 1.1 伪距建模

北斗观测模型如下:

$$\rho_{b}^{(n)} = r_{b}^{(n)} + \delta t_{b} + I^{(n)} + T^{(n)} + \varepsilon_{b}^{(n)}$$
 (1)  
其中, $\rho_{b}^{(n)}$ 为接收机与第 n 颗卫星之间的测量距离  
即伪距, $\delta t_{b}$ 为接收机与第 n 颗卫星之间的钟差,  
 $I^{(n)}$ 为电离层误差, $T^{(n)}$ 为对流层误差, $\varepsilon_{b}^{(n)}$ 为其他  
误差, $r_{b}^{(n)}$ 为接收机与第 n 颗卫星之间的真实距离,  
 $r_{b}^{(n)}$ 的定义式如下:

$$r_{b}^{(n)} = \sqrt{\left(x - x_{b}^{(n)}\right)^{2} + \left(y - y_{b}^{(n)}\right)^{2} + \left(z - z_{b}^{(n)}\right)^{2}}$$
(2)

其中, (x, y, z) 为接收机的位置,  $(x_b^{(n)}, y_b^{(n)}, z_b^{(n)})$  为第 n 颗卫星的位置。

由于对流层误差和电离层误差可通过误差模型 进行校正,钟差可以根据以往测量数据提前进行校 正,故北斗观测模型可简化为

$$\rho_{b}^{(n)} = r_{b}^{(n)} + \varepsilon_{b}^{(n)}$$
(3)

DTMB 观测模型如下:

$$\rho_d^{(m)} = r_d^{(m)} + \delta t_d + \varepsilon_d^{(m)} \tag{4}$$

其中,  $\rho_d^{(m)}$  为接收机与 DTMB 之间的测量距离即伪距,  $\delta t_d$  为接收机与 DTMB 之间的钟差,  $\varepsilon_d^{(m)}$  为其他误差,  $r_d^{(m)}$  为接收机与第 m 颗卫星之间的真实距离, -706 —

$$r_d^{(m)}$$
的定义式如下:

$$r_{d}^{(m)} = \sqrt{(x - x_{d}^{(m)})^{2} + (y - y_{d}^{(m)})^{2} + (z - z_{d}^{(m)})^{2}}$$
(5)

其中, (x, y, z) 为接收机的位置,  $(x_d^{(m)}, y_d^{(m)}, z_d^{(m)})$  为第*m* 颗卫星的位置。

当可以接收到4颗及以上卫星的优质信号时, 可以通过式(3)计算得到接收机的位置,再将接收 机位置带入式(4),此时可以计算出接收机与DTMB 之间的钟差,则式(4)可进一步简化为

$$\rho_d^{(m)} = r_d^{(m)} + \varepsilon_d^{(m)} \tag{6}$$

### 1.2 最小二乘定位算法

在得到伪距观测方程组之后,需要利用算法进 行求解。最小二乘算法(least square, LS)是定位求 解的经典算法,该算法的基本原理是最小化计算得 到的定位结果与实际定位结果之间的误差平方和。 最小二乘算法是本文提出的 PPWLS 算法的重要理 论基础,因此在介绍本文算法之前,将对最小二乘算 法的推导过程进行详细介绍。在介绍最小二乘算法 的过程中,本文将忽略接收机与卫星的钟差参数,将 卫星与 DTMB 的伪距观测方程进行统一,第 *l* 个信 号发射机与接收机的伪距方程如下:

$$\rho^{(l)} = r^{(l)} + \varepsilon^{(l)} \tag{7}$$

因为此时的方程为非线性方程,不能在计算机上求 解,所以首先利用泰勒公式展开非线性方程,结果如 下:

$$\rho^{(l)} = r_u^{(l)} + a_x^{(l)} \Delta x + a_y^{(l)} \Delta y + a_z^{(l)} \Delta z + \varepsilon^{(l)}$$

$$(8)$$

$$r_u^{(l)} = \sqrt{(x_u - x^{(l)})^2 + (y_u - y^{(l)})^2 + (z_u - z^{(l)})^2}$$

$$\begin{aligned} a_{x}^{(l)} &= \frac{\partial r^{(l)}}{\partial x} \Big|_{P_{u}} = \frac{x_{u} - x^{(l)}}{r_{u}^{(l)}} \\ a_{y}^{(l)} &= \frac{\partial r^{(l)}}{\partial y} \Big|_{P_{u}} = \frac{y_{u} - y^{(l)}}{r_{u}^{(l)}} \\ a_{z}^{(l)} &= \frac{\partial r^{(l)}}{\partial z} \Big|_{P_{u}} = \frac{z_{u} - z^{(l)}}{r_{u}^{(l)}} \end{aligned}$$
(10)

 $\Delta x = x - x_u, \Delta y = y - y_u, \Delta z = z - z_u$  (11) 其中,  $P_u = (x_u, y_u, z_u)$ 是在计算过程中赋予接收 机的初始位置, 一般在计算开始时可以设置为  $P_u =$ (0,0,0), 在之后的计算过程中通过迭代不断更新 接收机位置, (*x*, *y*, *z*)为接收机的真实位置, (*x*<sup>(1)</sup>, *y*<sup>(1)</sup>, *z*<sup>(1)</sup>)为第*l*个信号发射机的位置。

在以上推导的基础上,将 n 个北斗卫星与接收 机之间的伪距方程与 m 个 DTMB 与接收机之间的 伪距方程联立,可得到以下的伪距线性方程组。

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{dX} + \boldsymbol{L} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{V} = \left[\Delta \boldsymbol{\rho}^{(1)}, \Delta \boldsymbol{\rho}^{(2)}, \cdots, \Delta \boldsymbol{\rho}^{(n+m)}\right]^{\mathrm{T}}$$
(13)

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} a_x^{(1)} & a_y^{(1)} & a_z^{(1)} \\ a_x^{(2)} & a_y^{(2)} & a_z^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a^{(n+m)} & a^{(n+m)} & a^{(n+m)} \end{bmatrix}$$
(14)

$$d\boldsymbol{X} = [\Delta \boldsymbol{x}, \, \Delta \boldsymbol{y}, \, \Delta \boldsymbol{z}]^{\mathrm{T}}$$
(15)

$$\boldsymbol{L} = \left[\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}, \cdots, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n+m)}\right]^{\mathrm{T}}$$
(16)

$$d\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}$$
(17)

得到伪距线性方程后,开始进行位置解算。第 1步,根据接收到的信号,得到定位所需的卫星及 DTMB 的位置坐标;第2步,设置判定迭代是否可以 结束的阈值  $\theta$  及接收机位置初始值,初始值可以设 置为  $P_u = (0,0,0)$ ,由仿真可得,即使初始值设置 为坐标原点,仍可在 10 次循环内得到收敛;第3步, 通过解算伪距线性方程组得到结果;第4步,根据得 到的结果对  $P_u = (x_u, y_u, z_u)$ 进行更新;第5步,判 断解算结果与阈值  $\theta$  的关系,若结果大于 $\theta$ ,则重新 回到第3步,继续迭代,若结果小于 $\theta$ ,则计算结束, 将最后更新得到的  $P_u = (x_u, y_u, z_u)$ 作为最终定位 结果。

### 1.3 基于距离残差的加权最小二乘定位算法

由以上推导可以看出,在假设接收到的 DTMB 信号受到遮挡产生非视距误差(non-line of sight, NLOS)的时候,根据最小二乘算法求得的结果并不 理想。但是在实际情况中,当 DTMB 信号在城市高 楼林立地区进行传输时,由于室外环境的复杂性,信 号容易受到反射、折射和多径等多种因素的影响,因 此通常不存在视距传输。故需要对最小二乘算法进 行改进,提高算法的抗干扰性<sup>[10]</sup>。

因为获取的部分观测量包含非视距误差,所以 观测量的可信度高低不同,在改进最小二乘法时,需 多采用可信度高的观测量,少采用可信度低的观测 量。此时需要在计算过程中对伪距线性方程组进行 加权,设加权矩阵为 W,W 的表达式如下:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}^{(1)} & & \\ & \boldsymbol{\omega}^{(2)} & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{\omega}^{(n+m)} \end{bmatrix}$$
(18)

传统的加权最小二乘算法采用距离残差来设计 加权矩阵,故本文称其为基于距离残差的加权最小 二乘算法(weighted least squares localization algorithm based on pseudorange error, PWLS),该算法主要分为 以下 3 个步骤<sup>[11]</sup>。

步骤1 计算距离的绝对残差值。

$$\Delta \rho^{(i)} = \rho^{(i)} - r_u^{(i)}$$
(19)

**步骤2**利用距离的绝对残差值求得绝对残差 平均值。

$$\overline{\Delta\rho} = \frac{1}{n+m} \sum_{i=1}^{n+m} \Delta\rho^{(i)}$$
(20)

**步骤3** 用距离绝对残差值减去绝对残差平均 值得到距离相对残差值,取距离相对残差值的倒数 为加权系数。

$$\omega^{(i)} = \frac{1}{|\Delta \rho^{(i)} - \overline{\Delta \rho}|}$$
(21)

得到加权矩阵之后,式(17)可改写为

$$dX = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{V}$$
(22)

# 4 基于精度因子与距离残差的加权最小二乘定 位算法

相比于利用最小二乘算法求得的定位结果精 度,利用基于距离残差加权的最小二乘算法求得的 定位结果精度有所提升,但是提升效果并不显著。 因此本文提出了 PPWLS 算法,通过该算法进一步提 升定位精度。本算法的创新点主要有 2 点。(1)将 距离误差进行归一化处理;(2)引入精度因子来进 一步强化加权效果。

首先,利用距离相对残差与伪距的比值求解归 一化的距离残差,其求解过程如式(23)所示。

$$\theta^{(i)} = \frac{|\Delta \rho^{(i)} - \overline{\Delta \rho}|}{\rho^{(i)}}$$
(23)

其次,需要引入精度因子。精度因子可以理解 为从伪距观测量误差到最终位置估计误差的线性映 射。由于本文不考虑钟差,所以在进行加权的时候

$$\boldsymbol{h} = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1} \tag{24}$$

$$\eta = \sqrt{h_{1,1} + h_{2,2} + h_{3,3}} \tag{25}$$

其中 $h_{1,1}$ 、 $h_{2,2}$ 、 $h_{3,3}$ 是h矩阵对角线上的元素。

当伪距观测量误差都相同时,精度因子的大小 直接决定了位置估计的误差大小。在 PPWLS 算法 中,需要计算每个卫星、DTMB 基站对精度因子的影 响程度。计算第*i*个信号发射机对精度因子影响的 过程如下所示。

第1步,得到不包含第*i*个信号发射机的观测 矩阵。

$$\boldsymbol{H}_{i} = \begin{bmatrix} a_{x}^{(1)} & a_{y}^{(1)} & a_{z}^{(1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{x}^{(i-1)} & a_{y}^{(i-1)} & a_{z}^{(i-1)} \\ a_{x}^{(i+1)} & a_{y}^{(i+1)} & a_{z}^{(i+1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{x}^{(n+m)} & a_{y}^{(n+m)} & a_{z}^{(n+m)} \end{bmatrix}$$
(26)

第2步,计算不包含第*i*个信号发射机的位置 精度因子。

$$\boldsymbol{h}' = (\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_i)^{-1}$$
(27)

$$\eta' = \sqrt{h'_{1,1} + h'_{2,2} + h'_{3,3}}$$

第3步,计算第*i*个信号发射机对位置精度因子的影响。

$$\boldsymbol{\eta}^{(i)} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}' \tag{28}$$

在得到每个信号发射机的距离残差以及每个信 号发射机对位置精度因子的影响之后,计算加权系 数,公式如下所示。

$$\boldsymbol{\omega}^{(i)} = \frac{1}{\boldsymbol{\theta}^{(i)} \cdot \boldsymbol{\eta}^{(i)}}$$
(29)

最终将得到的加权矩阵带入求解,得到定位结

果。

## 2 实验结果分析

在上节中,本文介绍了LS、PWLS、PPWLS这3 种算法的基本原理。在此基础上,本节在DTMB的 NLOS误差分别服从正态分布与瑞利分布的情况 下,利用仿真软件进行了实验。

设置 3 颗可见卫星坐标为  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ , 具体设置 如下。

 $b_{1} = \begin{bmatrix} -2.5046 \times 10^{6}, 2.8536 \times 10^{7}, 1.8217 \times 10^{7} \end{bmatrix}$   $b_{2} = \begin{bmatrix} -1.1577 \times 10^{7}, 2.7970 \times 10^{7}, 2.9351 \times 10^{7} \end{bmatrix}$   $b_{3} = \begin{bmatrix} -1.0931 \times 10^{7}, 3.7077 \times 10^{7}, 1.7084 \times 10^{6} \end{bmatrix}$ (30)

设置 DTMB 信号塔的坐标为 *d* = [-2.2641 × 10<sup>6</sup>, 4.4100×10<sup>6</sup>, 4.0005×10<sup>6</sup>], 设置系统噪声标 准差为 10 ns。

当设置 DTMB 的 NLOS 误差服从均值为 10 m、标准差为 3 m 的正态分布时<sup>[12]</sup>,本文分别利用 LS 算法、PWLS 算法和 PPWLS 算法进行 1 000 次独立仿真实验。

利用 LS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.352 s,水平方向的平均定位误差为 10.204 m,垂 直方向的平均定位误差为 1.902 m,定位总误差为 10.292 m。图 1 为在东-北-天坐标系 ENU 下,仿真实 验得到的在东向、北向及垂直方向 3 个方向的定位 误差分布图。图 2 为在 ENU 坐标系下东向和北向 的联合误差分布图。由图 1 可见,计算得到的位置 误差会在小范围内变动,由此得出 LS 算法具有稳 定性。由图 2 可以看出利用 LS 算法计算得到的位 置水平误差大多数在 15 m 以内。



图 1 NLOS 误差服从正态分布时利用 LS 解算的定位误差

— 708 —



图 2 NLOS 误差服从正态分布时利用 LS 解算的水平 定位结果误差分布图

利用 PWLS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.431 s,水平方向的平均定位误差为 9.137 m,垂直 方向的平均定位误差为 0.955 m,定位总误差为 9.220 m。图 3 为在 ENU 坐标系下,仿真实验得到的 在东向、北向及垂直方向 3 个方向的定位误差分布 图。图 4 为在 ENU 坐标系下东向和北向的联合误 差分布图。由图 3 可得 PWLS 算法具有稳定性。由 图 4 可以看出利用 PWLS 算法计算得到的位置水平 误差大多数在 15 m 以内。



图 3 NLOS 误差服从正态分布时利用 PWLS 解算的定位误差





利用 PPWLS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.486 s,水平方向的平均定位误差为 5.664 m,垂直 方向的平均定位误差为 0.917 m,定位总误差为 5.797 m。图 5 为在 ENU 坐标系下,仿真实验得到的 在东向、北向及垂直方向 3 个方向的定位误差分布 图。图 6 为在 ENU 坐标系下东向和北向的联合误 差分布图。由图 5 可得 PPWLS 算法具有稳定性。 由图 6 可以看出利用 PPWLS 算法计算得到的位置 水平误差大多数在 10 m 以内。







图 6 NLOS 误差服从正态分布时利用 PPWLS 解算的水平 定位结果误差分布图

当设置 DTMB 的 NLOS 误差服从均值为 10 m 的瑞利分布时<sup>[13]</sup>,进行 1 000 次独立仿真实验。利 用 LS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.341 s,水 平方向的平均定位误差为 12.813 m,垂直方向的平 均定位误差为 1.291 m,定位总误差为 12.908 m。 图 7 为在 ENU 坐标系下,仿真实验得到的在东向、 北向及垂直方向 3 个方向的定位误差分布图。图 8 为在 ENU 坐标系下东向和北向的联合误差分布图。 由图 7 可得 LS 算法具有稳定性。由图 8 可以看出 利用 LS 算法计算得到的位置水平误差大多数在 20 m以内。



图 7 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 LS 解算的定位误差



图 8 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 LS 解算的水平 定位结果误差分布图

利用 PWLS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.425 s,水平方向的平均定位误差为 11.094 m,垂 直方向的平均定位误差为 1.136 m,定位总误差为 11.210 m。图 9 为在 ENU 坐标系下,仿真实验得到 的在东向、北向及垂直方向 3 个方向的定位误差分 布图。图 10 为在 ENU 坐标系下东向和北向的联合 误差分布图。由图 9 可得 PWLS 算法具有稳定性。 由图 10 可以看出利用 PWLS 算法计算得到的位置 水平误差大多数在 15 m 以内。



图 9 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 PWLS 解算的定位误差



图 10 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 PWLS 解算的水平 定位结果误差分布图

利用 PPWLS 算法进行定位解算时,仿真用时为 0.488 s,水平方向的平均定位误差为 5.828 m,垂直 方向的平均定位误差为 0.896 m,定位总误差为 5.953 m。图 11 为在 ENU 坐标系下,仿真实验得到 的在东向、北向及垂直方向 3 个方向的定位误差分 布图。图 12 为在 ENU 坐标系下东向和北向的联合 误差分布图。由图 11 可得 PPWLS 算法具有稳定 性。由图 12 可以看出利用 PPWLS 算法计算得到的 位置水平误差大多数在 10 m 以内。



图 11 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 PPWLS 解算的定位误差



图 12 NLOS 误差服从瑞利分布时利用 PPWLS 解算的水平 定位结果误差分布图

实验结果如图 13 所示。当 DTMB 的 NLOS 误差服从正态分布,且 3 种算法仿真用时相近的情况下,相较于使用 LS 算法,使用 PWLS 算法时定位误差降低了约 10%,使用 PPWLS 算法时定位误差降低了约 40%;当 DTMB 的 NLOS 误差服从瑞利分布, 且 3 种算法仿真用时相近的情况下,相较于使用 LS 算法,使用 PWLS 算法时定位误差降低了约 10%, 使用 PPWLS 算法时定位误差降低了约 50%。



当 DTMB 的 NLOS 误差服从正态分布时,利用 PPWLS 算法得到的定位结果有 80% 在 8.260 m 以 内,定位误差累积分布图如图 14 所示。



图 14 NLOS 误差服从正态分布时的定位误差累积分布图

当 DTMB 的 NLOS 误差服从瑞利分布时,利用 PPWLS 算法得到的定位结果有 80% 在 8.622 m 以 内,定位误差累积分布图如图 15 所示。



图 15 NLOS 误差服从瑞利分布时的定位误差累积分布图

为使算法结果更具信服力,本文通过改变非视 距误差进行了多组实验,实验结果如图 16 所示。

由图 16 可以看出,随着非视距误差的增加,利 用 PPWLS 算法计算得到的定位误差增长幅度远小 于利用 PWLS 算法与 LS 算法计算得到的定位误差 增长幅度。并且可以看出,利用 PPWLS 算法计算得 到的定位误差在 NLOS 为 5 m 的拐点之前增长速度 较快,在拐点之后增长速度较缓慢,这是由于在 NLOS 小于等于 5 m 时,非视距误差与测量误差相差 较小不易区分,这限制了 PPWLS 算法抑制非视距误 — 712 — 差的效果,而当NLOS大于5m时,PPWLS算法能够 很好地抑制非视距误差。在实际情况当中,DTMB 的非视距误差绝大部分大于5m,故本文提出的PP-WLS算法在一般情况下具有良好的抗非视距干扰 性能。



同时,为证明本算法在卫星数目更少的情况下 仍具有良好的定位效果,本文采用2颗卫星加2个 DTMB 基站的组合模式再次进行仿真实验。

设置 2 颗可见卫星坐标为  $b_1$ 、 $b_2$ 。设置 2 个 DT-MB 信号塔坐标为  $d_1$ 、 $d_2$ 。具体设置如下。  $b_1 = [-2.5046 \times 10^7, 2.8536 \times 10^7, 1.8217 \times 10^7]$  $b_2 = [-1.0931 \times 10^7, 3.7077 \times 10^7, 1.7084 \times 10^6]$  $d_1 = [-2.2641 \times 10^6, 4.4100 \times 10^6, 4.0005 \times 10^6]$  $d_2 = [-2.2997 \times 10^6, 4.4479 \times 10^6, 3.9381 \times 10^6]$ (31)

其他参数与3颗卫星加1个DTMB基站相同。 利用2颗卫星加2个DTMB基站进行定位,得到的 实验结果如图17所示。

由图 17 可以看出,在可用北斗卫星数只有 2 颗的情况下,在 2 个 DTMB 信号辅助北斗的基础上,利用 PPWLS 算法进行定位,仍可取得良好的定位效果。

3 结论

本文研究了一种改进的加权最小二乘算法, 相比于最小二乘算法及传统加权最小二乘算法,该



算法通过组合精度因子和距离残差 2 个因素,设计 出更为有效的加权矩阵,使得在 DTMB 辅助北斗进 行定位时,仍能取得较为理想的效果。本文研究的 辅助信号只包括 DTMB 信号,但是日常生活空间中 存在着大量其他可用于定位的无线电信号,包括但 不限于 5G、Wi-Fi。在未来的工作中,可通过研究多 信号辅助北斗定位,进一步提升定位效果。

#### 参考文献

- HE C, WANG Z, YANG H. Performance evaluation for BDS-2 + BDS-3 combined precision point positioning [C] //2019 IEEE 7th International Conference on Computer Science and Network Technology. Dalian, China: IEEE, 2019:396-400.
- [2] LU J, GUO X, SU C. Global capabilities of BeiDou Navigation Satellite System [J]. Satellite Navigation, 2020,1: 303-307.

- [ 3] AXELRAD P, LARSON K, JONES B. Use of the correct satellite repeat period to characterize and reduce site-specific multipath errors [C] // Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Long Beach, USA: ION GNSS, 2005:205-209.
- [4] CHEN X, HE D, PEI L. BDS B1I multipath channel statistical model comparison between static and dynamic scenarios in dense urban canyon environment [J]. Satellite Navigation, 2020,1:287-302.
- [5] TIEMANN J, SCHWEIKOWSKI F, WIETFELD C. Design of an UWB indoor-positioning systemfor UAV navigation in GNSS-denied environments [C] // In Proceedings of the 2015 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation. Banff, Canada: IEEE, 2015:1-7.
- [6] CHEN Z, ZOU H, JIANG H, et al. Fusion of WiFi, smartphone sensors and landmarks using the Kalman filter for indoor localization [J]. Sensors, 2015,15:715-732.
- [7] YANG M H, WU H, LIU Z Y, et al. Indoor positioning using public FM and DTMB signals based on compressive sensing[J]. China Communications, 2019(5):171-180.
- [8] LI F, TU R, HONG J, et al. Performance analysis of BDS-5G combined precise point positioning[J]. Remote Sensing, 2022,14(13):3006.
- [9] CONG L, WANG H, QIN H, et al. An environmentallyadaptive positioning method based on integration of GPS/ DTMB/FM[J]. Sensors, 2018,18(12):4292.
- [10] 秦明峰, 胡丽格. 一种基于伪距残差加权的最小二乘 定位算法[J]. 计算机仿真, 2022, 39(12):44-48.
- [11] 张惟,田明浩,路红阳. 基于 BDS 的组合权重加权最 小二乘定位算法[J]. 信息技术与信息化,2023,5:31-34.
- [12] 付欣. 基于 DTMB-GNSS 的联合定位方法研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2010.
- [13] 焦振航,陈亮,卢祥晨,等.中国数字电视信号辅助的 GPS 在城市峡谷中的单点定位[C]//第十三届中国卫星导航年会论文集.北京,2022:1-8.

# The weighted least squares algorithm based on precision factor versus distance residue in the application of DTMB assisted BeiDou positioning

LI Xuan\*\*\*, YANG Haixiao\*\*\*, LI Jiyuan\*\*\*, ZHAI Yuefeng\*\*\*, WU Hong\*\*\*\*\*\*

(\* College of Electronic Information and Optical Engineering, Nankai University, Tianjin 300350)

(\*\* Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Sensor and Sensing Network Technology, Nankai University, Tianjin 300350)

(\*\*\* Engineering Research Center of Thin Film Optoelectronics Technology, Tianjin 300350)

#### Abstract

The construction of the BDS3 (BeiDou Narigation Satellite System 3) has been completed, which can provide more accurate positioning information in open areas. But the BeiDou signal is obscured in the urban canyon area. When the number of BeiDou satellites that can provide effective positioning information gradually decreases, the deviation of the positioning results obtained by using the BeiDou satellites will gradually increase. In view of the above problems, based on the use of the digital terrestrial multimedia broadcast signal to assist the BeiDou, the weighted least squares algorithm based on the precision factor and the distance residual is used for positioning. Compared with the positioning using the least squares algorithm, its positioning accuracy is improved by about 40% to 50%. The algorithm proposed in this paper is useful for resolving the problem of adding different types of base stations to the auxiliary positioning when the number of base stations is insufficient.

Key words: improved weighted least squares algorithm, precision factor, distance residual, auxiliary localization