doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.08.008

考虑摩擦与间隙的空间机械臂轨迹跟踪控制①

高娟娟²*** 曹志琼** 刘福才³***

(*燕山大学智能控制系统与智能装备教育部工程研究中心 秦皇岛 066004) (**燕山大学河北省工业计算机控制工程重点实验室 秦皇岛 066004)

摘 要 以空间机械臂在轨服务的高精度要求为背景,研究不同重力环境下考虑摩擦与 间隙的空间机械臂轨迹跟踪控制。以二连杆空间机械臂为研究对象,建立基于轻杆模型 的含间隙等效模型,使用 Kane 方程、力矩平衡原理建立摩擦模型,并运用拉格朗日方程建 立机械臂动力学方程,设计无模型控制器。在此基础上分析不同重力环境下摩擦与间隙 对机械臂关节驱动力、机械臂末端轨迹跟踪精度的影响,并与比例微分(PD)算法控制的 机械臂末端轨迹跟踪效果相比较,验证在不改变控制器参数与结构的条件下,在不同重力 环境下无模型控制算法的优越性。

关键词 空间机械臂;重力;关节摩擦;关节间隙;无模型控制

随着太空探索的不断深入,空间机械臂在其中 发挥的作用越来越大,人们对空间机械臂的定位精 度要求也越来越高。但由于机械臂关节中存在的非 线性摩擦与间隙,机械臂轨迹跟踪会出现较大的跟 踪误差。近年来研究发现,当机械臂进行转向时摩 擦会造成较大的跟踪误差,甚至出现极限环振荡现 象和跟踪滞后^[2]。文献[3,4]对摩擦的各种模型、 分析工具、补偿方法进行了综述性研究,总结得到基 于无摩擦模型的摩擦补偿技术与基于摩擦模型的摩 擦补偿技术。文献[5]通过对重力作用下的考虑摩 擦的二自由度机械臂的研究,得出摩擦对空间机械 臂的驱动力及轨迹跟踪精度所产生的影响与重力密 切相关。

在机械臂的各关节中还存在着间隙,间隙对机 械臂的轨迹跟踪会造成影响,降低其跟踪精度^[6]。 针对机械臂关节间隙的研究,文献[7]则指出无重 力相对于有重力环境时含间隙铰内的碰撞会减弱, 可展机构在地面试验时应采取重力补偿措施,以在 试验中能够可靠地预测机构在太空中的展开性能。 文献[8]以二自由度机械臂为研究对象,提出一种间 隙补偿方法对重力影响下的机械臂进行间隙补偿。

可以看出,在目前的研究成果中,主要是从摩擦 或间隙单一方面对空间机械臂进行研究,并未探究 在不同重力环境下同时考虑摩擦与间隙对空间机械 臂轨迹跟踪的影响。因此,本文以二自由度空间机 械臂为研究对象,结合已有的相关研究成果,以含间 隙轻杆模型为基础,同时采用 Kane 方程、力矩平衡 原理等建立同时考虑摩擦与间隙的空间机械臂运动 学与动力学模型,探究在微重力与重力环境下,摩擦 与间隙对空间机械臂驱动力矩、轨迹跟踪的精度影 响,并设计出一种自适应控制器,实现在不改变控制 器参数与结构的条件下,提高空间机械臂在不同重 力环境下的轨迹跟踪精度。

- 1 空间机械臂模型分析与建立
- 1.1 不同重力环境下空间机械臂运动学分析

由于空间机械臂在地面重力环境下进行安装调

① 载人航天领域预研(2016040301),国家自然科学基金联合基金(U22A2050),河北省自然科学基金(F2022203043)和省级重点实验室 绩效补助经费(22567612H)资助项目。

② 女,1987年生,硕士;研究方向:空间机器人控制技术;E-mail: jjgao@ysu.edu.cn。

通信作者, E-mail: lfc@ysu.edu.cn。 (收稿日期:2023-10-16)

试,在空间微重力环境中进行应用,重力环境的变化 会使得空间机械臂关节处的摩擦与间隙发生变化, 进而对机械臂的驱动力矩与轨迹跟踪精度造成影 响。因此,需要先建立准确的空间机械臂模型,再对 其进行具体的控制研究。

对关节中存在的间隙,采用轻杆等效模型法对 其进行研究^[9-10]。该方法假定运动副在运动过程中 始终有接触,从而将关节间隙看作一根无质量的轻 杆。该方法忽略了运动副之间的形变。并且由于间 隙被视作轻杆,会使得机械臂多出一个自由度,其模 型如图1所示。



在地面重力环境中,以二连杆空间机械臂为研 究对象,以机械臂关节1转轴为原点 O_1 ,建立坐标 系 (X_1,Y_1,Z_1) ;关节2转轴为坐标原点 O_2 ,建立坐 标系 (X_2,Y_2,Z_2) ;机械臂末端与连杆2连接处为原 点 O_3 ,建立坐标系 (X_3,Y_3,Z_3) 。其中, (x_0,y_0) 为 基座质心坐标, (x_1,y_1) 为固连在关节1的坐标, (x_2,y_2) 为固连在关节2的坐标, (x_3,y_3) 为固连在 机械臂末端的坐标,建立地面重力环境中的空间机 械臂坐标系系统如图2所示。

为了讨论的方便,定义符号如下: $i = 1,2;m_i$ 为 连杆 i 的质量; C_i 为连杆 i 的质心; a_i 为关节 i 到连 杆 i 质心的矢量; b_i 为连杆 i 质心到关节 i + 1 的矢 量; l_i 为连杆 i 的长度; q_i 为连杆 i 的转动关节角度 (标量); c_i 为被视作轻杆的关节间隙; $q = [q_1,q_2]^T$ 为机械臂关节角矢量, $q_d = [q_{d1},q_{d2}]^T$ 为期望的机 械臂关节角, $\dot{q} = [\dot{q}_1,\dot{q}_2]^T$ 为机械臂关节的角速 度,规定逆时针旋转方向为正,且用矢量 (i_a, j_a, k_a) 分别代表 (Xa, Ya, Za) 坐标轴的单位矢量 $(a = 1, 2, 3)_o$

根据现有的研究结果,当机械臂在地面重力环



图 2 重力环境含间隙空间机械臂模型

境中低速运行时,关节间隙会使得实际末端轨迹在 重力方向上相对期望轨迹向下移动间隙尺寸 c 的距 离;当机械臂在地面重力环境中高速运行时,由于离 心力对机械臂的影响超过重力,关节间隙会使得实 际末端轨迹较期望轨迹沿连杆长度延长间隙尺寸 c 的距离^[11]。因此,当关节角度 q₁、q₂ 已知时,根据几 何学知识计算得到空间机械臂正运动学方程。

(1) 地面重力环境低转速运行时,空间机械臂 的正运动学方程:

$$\begin{cases} x = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ y = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) - c_1 - c_2 \end{cases}$$
(1)

(2) 地面重力环境高转速运行时,空间机械臂 的正运动学方程:

$$\begin{cases} x = (l_1 + \boldsymbol{c}_1)\sin(q_1) + (l_2 + \boldsymbol{c}_2)\sin(q_1 + q_2) \\ y = (l_1 + \boldsymbol{c}_1)\cos(q_1) + (l_2 + \boldsymbol{c}_2)\cos(q_1 + q_2) \end{cases}$$
(2)

在空间微重力环境中,由于重力的释放,空间机 械臂的基座将处于漂浮状态,其位姿不再固定。此 时将基座视为具有1个转动关节(绕自身质心转 动)和2个移动关节的伪机械臂,用坐标(x₀, y₀, z₀)以及关节角度 q₀来描述基座的姿态;同时又由 于重力的释放,运动副之间的接触力将遍布轴套四 周,其输出方向为连杆运动的方向,建立空间微重力 环境下机械臂模型如图3所示。

当关节角度 q₀、q₁、q₂ 已知时,通过几何学计算 得到空间微重力环境下机械臂正运动学方程:



图 3 微重力环境含间隙空间机械臂模型

$$\begin{cases} x = x_0 - b_0 \sin(q_0) - (l_1 + c_1) \sin(q_0 + q_1) \\ - (l_2 + c_2) \sin(q_0 + q_1 + q_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = y_0 - b_0 \cos(q_0) + (l_1 + c_1) \cos(q_0 + q_1) \\ + (l_2 + c_2) \cos(q_0 + q_1 + q_2) \end{cases}$$

(3)

1.2 不同重力环境下空间机械臂动力学分析

目前已有的机械臂动力学建模方法中,一般都 涉及速度、力、加速度等矢量,其计算较为复杂,而 Kane 方程只需要考虑偏速度、偏角速度、广义惯性 力和广义主动力,在避开速度、力等矢量的同时,也 避免了过多的约束方程,能够快速、准确地建立空间 机械臂模型^[12]。

在图 2 所示的机械臂模型中,由刚体质心速度、 角速度的表达式可以得到相对应的偏速度、偏角速 度,如表 1 所示(其中 *a* = 1,2)。

v_{ca} ω_a	$\dot{\boldsymbol{q}}_{1}$	\dot{q}_2
$oldsymbol{ u}_{c1}$	$l_1 j_1 / 2$	0
\boldsymbol{v}_{c2}	$l_1 j_1 + l_2 j_2 / 2$	$l_2 j_2 / 2$
$\boldsymbol{\omega}_1$	k	0
ω_2	k	k

表1 各杆的偏速度和	偏角速度
------------	------

根据 Kane 方程和力矩平衡原理,在地面重力环境中的摩擦力矩等于机械臂切向方向的广义惯性力矩与重力矩的和,建立系统地面装调阶段的摩擦力矩模型如下:

$$T_{j1} = m_2 g a_2 c_{12} + m_2 g l_1 c_1 + m_1 g a_1 c_1 + F_1 a_1 + F_2 (l_1 c_2 + a_2)$$

866 —

 $\boldsymbol{T}_{j2} = m_2 g a_2 c_{12} + \boldsymbol{F}_2 a_2 \tag{4}$

其中, T_{f_1} 、 T_{f_2} 分别为地面重力环境下关节1、2的摩擦力矩; c_1 、 c_2 、 c_1 、为

$$\begin{cases} c_{1} = \cos q_{1} \\ c_{2} = \cos q_{2} \\ c_{12} = \cos (q_{1} + q_{2}) \end{cases}$$
(5)

在式(4)中, F_1 和 F_2 为切向方向的惯性力矩:

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_{1} = -m_{1} \frac{\mathrm{d}v_{c1}^{(1)}}{\mathrm{d}t} v_{c1}^{(1)} - m_{2} \frac{\mathrm{d}v_{c2}^{(1)}}{\mathrm{d}t} v_{c2}^{(1)} \\ \\ \boldsymbol{F}_{2} = -m_{1} \frac{\mathrm{d}v_{c1}^{(2)}}{\mathrm{d}t} v_{c1}^{(2)} - m_{2} \frac{\mathrm{d}v_{c2}^{(2)}}{\mathrm{d}t} v_{c2}^{(2)} \end{cases}$$
(6)

当处于空间微重力环境中,机械臂不再受到重 力的作用。根据力矩平衡原理,此时的摩擦力矩就 等于切向方向上的广义惯性力矩,则空间微重力环 境下的机械臂摩擦力矩为

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}_{j1}^{m} = \boldsymbol{F}_{1}^{m} a_{1} + \boldsymbol{F}_{2}^{m} (l_{1}c_{2} + a_{2}) \\ \boldsymbol{T}_{j2}^{m} = \boldsymbol{F}_{2}^{m} a_{2} \end{cases}$$
(7)

其中, T_{1}^{m} 和 T_{2}^{m} 分别为空间微重力环境下关节1 和 2 的摩擦力矩; c_2 为 cos q_2 ; F_1^{m} 和 F_2^{m} 为惯性力矩, 其 具体表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1}^{m} &= -m_{1} \frac{\mathrm{d}v_{c1}^{(1)}}{\mathrm{d}t} v_{c1}^{(1)} - m_{2} \frac{\mathrm{d}v_{c2}^{(1)}}{\mathrm{d}t} v_{c2}^{(1)} \\ \mathbf{F}_{2}^{m} &= -m_{1} \frac{\mathrm{d}v_{c1}^{(2)}}{\mathrm{d}t} v_{c1}^{(2)} - m_{2} \frac{\mathrm{d}v_{c2}^{(2)}}{\mathrm{d}t} v_{c2}^{(2)} \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

在地面重力环境下,使用拉格朗日方程建立空 间机械臂动力学模型,只需要考虑系统的动能和势 能,利用几何学与物理学从图2中可以得到:

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ y_0 & y_1 & y_2 \\ v_0^2 & v_1^2 & v_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a_1s_1 & -l_1s_1 - a_2s_{12} \\ 0 & -a_1c_1 & -l_1c_1 - a_2c_{12} \\ 0 & \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 & \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 \end{bmatrix}$$
(9)

其中 s1、c1、s12 和 c12 分别为

$$\begin{cases} s_1 = \sin(q_1) \\ c_1 = \cos(q_1) \\ s_{12} = \sin(q_1 + q_2) \\ c_{12} = \cos(q_1 + q_2) \end{cases}$$
(10)
进而计算得到系统的动能为

$$\begin{cases} T_0 = 0 \\ T_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 \\ T_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}I_2(\omega_1 + \omega_2)^2 \end{cases}$$
(11)

系统的势能为

$$\begin{cases} V_0 = 0 \\ V_1 = m_1 g y_1 \\ V_2 = m_2 g y_2 \end{cases}$$
(12)

将系统动能与系统势能相减并求其导数,得到 地面重力环境下空间机械臂一般动力学方程:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + B(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)$$
(13)
当考虑摩擦力矩时,动力学方程为
$$\tau = M(q)\ddot{q} + B(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + T_f(\dot{q})$$
(14)

其中, $\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2]^T$ 为关节的驱动力矩, $M(\boldsymbol{q}) \in \boldsymbol{R}^{2\times 2}$ 是系统的惯性矩阵, $B(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \in \boldsymbol{R}^{2\times 2}$ 是系统的 哥氏力与离心力矩阵, $G(\boldsymbol{q}) \in \boldsymbol{R}^{2\times 1}$ 是重力载荷向 量矩阵, $T_{\boldsymbol{t}}(\dot{\boldsymbol{q}}) \in \boldsymbol{R}^{2\times 1}$ 是摩擦载荷向量矩阵。

同理,可以建立空间微重力环境下机械臂一般 动力学方程。

2 无模型控制器设计

无模型控制指的是控制器设计过程中,仅需要 系统的输入和输出数据,不需要被控对象物理模型 参数^[13-14]。考虑到控制器需要在不同重力环境下、 不改变参数与结构的条件下进行机械臂轨迹跟踪的 控制,故针对关节中存在的摩擦与间隙,设计无模型 自适应控制器,实现不依赖受控系统模型信息的受 控系统参数与结构自适应控制。无模型自适应控制 的基本思路是在每一个工作点上建立动态线性数据 模型,依靠被控系统输入输出数据进行伪偏导数或 伪梯度参数的在线估计,进一步设计加权一步的向 前控制器,以实现对系统的无模型控制^[15-16]。以数 据驱动的无模型控制理论,不再需要对控制对象进 行精确建模,避开了在建模过程中对相关条件的理 想化处理,更符合实际工作条件,从而提高对被控对 象的控制精度^[17]。

对不同重力环境下考虑摩擦与间隙的非线性空

间机械臂末端轨迹控制系统,在设计无模型控制器 之前,需要对系统进行动态线性化。常用的动态线 性化方法有紧格式动态线性化(compact form dynamic linearization, CFDL)、偏格式动态线性化(partial form dynamic linearization, PFDL) 和全格式动态 线性化(full form dynamic linearization, FFDL)^[18]。 本文采用全格式动态线性化方法对考虑间隙与摩擦 的空间机械臂动力学方程进行转换,使用伪分块雅 可比矩阵对控制参数进行在线估计[19],从而得到系 统每一个动态工作点的等价线性化数据模型.利用 系统输入输出数据间的关系,使用无模型控制算法 实现对不同重力环境下考虑摩擦与间隙的非线性空 间机械臂末端轨迹的跟踪控制。针对地面重力环境 下调试的机械臂在微重力环境下的重力释放问题. 采用全格式动态线性化的无模型自适应控制,其控 制流程如图4所示。

在图 4 中, u(k)为机械臂关节驱动力矩, φ(k) 为在线估计时变参数矩阵, y(k)为关节速度。在 给定初始时刻末端轨迹后,通过运动学逆解算出当 前时刻的关节角度,得到当前关节速度与关节加速 度,依据动力学方程计算得到关节力矩 u(k)。由此 根据系统的输入输出数据实时计算更新控制器中的 各项参数,给出新的控制力矩与关节速度,完成对机 械臂末端轨迹的跟踪控制。



图 4 无模型自适应控制流程图

由无模型控制器的设计要求可知,对于非线性 二连杆空间机械臂,首先需要进行动态线性化处 理^[20]。由于空间机械臂的复杂性,不能够直接对其 进行线性化处理,先使用前文建立的二连杆机械臂 的动力学方程:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\ddot{q}} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\dot{q}})\boldsymbol{\dot{q}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{T}_{f}(\boldsymbol{\dot{q}})$$
(15)

令输入 $u = \tau$,输出 $y = \dot{q}$,将动力学方程改写为状态空间方程:

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{M}(q)^{-1}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{B}(q,\dot{q})\dot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{G}(q) - \boldsymbol{T}_{f}(\dot{\boldsymbol{q}})) \\ \boldsymbol{y} = \dot{\boldsymbol{q}} \end{cases}$$

(16)

进一步将连续状态空间方程离散化,即式(16) 改写为在 k 时刻的离散状态方程,则动力学方程离 散形式为

$$\dot{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{M}(k)^{-1}(\mathbf{u}(k) - \mathbf{B}(k)\mathbf{y}(k) - \mathbf{G}(k) - \mathbf{T}_{\epsilon}(k))$$
(17)

当采样时间 *T* 足够小时,得到系统输出 y(k)与 y(k + 1) 的关系为

$$\dot{\mathbf{y}}(k) = \frac{\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{y}(k)}{T}$$
(18)

将式(18)代入式(17)中得到:

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k) + T\mathbf{M}(k)^{-1}(\mathbf{u}(k) - \mathbf{B}(k)\mathbf{y}(k) - \mathbf{G}(k) - \mathbf{T}_{f}(k))$$
(19)

式(19)即为在地面重力环境下考虑摩擦与间隙的空间机械臂动力学方程离散形式,且满足全格式动态线性化方法的假设条件,由无模型控制理论可知^[21],此时存在在线估计时变参数矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(k) = [\varphi_1(k), \varphi_2(k)], 使机械臂动力学离散模型转换为全格式动态线性化数据模型^[22]:$

 $\mathbf{y}(k+1) = \varphi_1(k)\Delta \mathbf{y}(k) + \varphi_2(k)\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{y}(k)$ (20)

采用准则函数对输入进行控制,准则函数为

 $J(u(k)) = ||y_d(k+1) - y(k+1)||^2$

 $+ \lambda \parallel \boldsymbol{u}(k) - \boldsymbol{u}(k-1) \parallel^2 \quad (21)$

式中, $y_d(k + 1)$ 是给定的期望关节角速度, λ 是权重因子且 $\lambda > 0$ 。

对式(21)中的关节力矩 u(k) 求其偏导并令其 为0,得到输入控制律为

$$\Delta \boldsymbol{u}(k) = (\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\Phi}(k))^{-1}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(k)$$

$$\times ((\boldsymbol{y}_{d}(k+1) - \boldsymbol{y}(k)) - \boldsymbol{\Phi}(k)\Delta \boldsymbol{y}(k))$$
(22)

进一步对式(22)进行简化运算,得到不同重力 环境下考虑摩擦与间隙的空间机械臂末端轨迹跟踪 控制方案:

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho_{1}\hat{\varphi}_{2}(k)(\mathbf{y}_{d}(k+1) - \mathbf{y}(k)) - \hat{\varphi}_{2}(k)\rho_{2}\hat{\varphi}_{1}(k)\Delta\mathbf{y}(k))}{\lambda + |\hat{\varphi}_{2}(k)|^{2}}$$
(23)

式中, $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k) = [\hat{\varphi}_1(k); \hat{\varphi}_2(k)] 为 \boldsymbol{\Phi}(k)$ 的估计值; ρ 是步长序列, 且 $\rho_i \in (0,1], i = 1, 2_o$

为了提高无模型控制系统的快速性与实时性, 时变参数矩阵 **Φ**(k) 需要根据系统输入输出数据来 进行估计,采用改进的投影算法来估计伪分块雅克 比矩阵参数的值,此时的估计准则函数 **J**(**Φ**(k)) 为

$$J(\boldsymbol{\Phi}(k)) = \|\Delta \mathbf{y}(k) - \varphi_1(k)\Delta \mathbf{y}(k-1) - \varphi_2(k)\Delta \mathbf{u}(k-1)\|$$

$$= + \mu \parallel \boldsymbol{\Phi}(k) - \boldsymbol{\hat{\Phi}}(k-1) \parallel^2 (24)$$

对 $\boldsymbol{\Phi}(k)$ 求偏导数并令其为0 可得:

$$\boldsymbol{\Phi}(k) = \boldsymbol{\Phi}(k-1) + \\ \underline{\eta}\Delta \boldsymbol{H}(k-1)(\boldsymbol{y}(k) - \boldsymbol{y}(k-1) - \hat{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}(k-1)\delta\Delta \boldsymbol{H}(k-1))} \\ \mu + \|\Delta \boldsymbol{H}(k-1)\|^{2}$$

(25)

式中, $\Delta H(k-1) = [\Delta y(k-1), \Delta u(k-1)]^{T}, \mu 是$ 权重因子且大于 0, η 是步长序列且大于 0, 并且当 满足如下任一条件时:

(1)
$$\| \hat{\boldsymbol{\Phi}}(k) \| \leq \varepsilon;$$

(2) $\| \Delta \boldsymbol{H}(k-1) \| \leq \varepsilon;$
(3) $\operatorname{sign}(\hat{\phi}_2(k)) \neq \operatorname{sign}(\hat{\phi}_2(1));$

都有 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k) = \hat{\boldsymbol{\Phi}}(1)_{\circ}$

3 仿真研究

^

^

在模型控制器设计完成后,进行不同重力环境 下考虑间隙与摩擦的空间机械臂仿真分析,探究在 不同仿真条件下无模型控制算法对机械臂末端轨迹

— 868 —

跟踪控制效果。

3.1 空间机械臂地面重力环境下的轨迹跟踪控制

在建立考虑摩擦与间隙的空间机械臂模型与无 模型算法控制的基础上,设置的控制器参数如表2 所示。

表 2 无模型控制相关参数设置

c/m	μ	$\delta_{_d}$ /m	$k/(N \cdot m^{-1})$	$b/(N \cdot m^{-1})$
0.002	5	5×10^{-6}	6.61×10^{7}	1 750

设置空间机械臂参数如表 3^[23]所示,末端抓手初 始坐标为(1.13,0.00),末端期望轨迹如式(26), 进行无模型控制仿真实验。



 $\begin{cases} x_d = 0.28\cos(\frac{\pi t}{5}) + 0.85\\ y_d = 0.28\sin(\frac{\pi t}{5}) \end{cases}$ (26)

表 3 平面两杆空间机械臂仿真参数

杆件号	a_i/m	b₁∕m	m_i/kg	$I_i/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
0		0.5	40	6.667
1	0.5	0.5	4	0.333
2	0.5	0.5	3	0.250

在地面重力环境下考虑摩擦与间隙的低转速仿 真条件,采用无模型控制算法得到仿真曲线如图 5 所示。



(d) 关节驱动力矩

图 5 地面重力环境考虑间隙与摩擦的低转速无模型控制

由图 5 可以看出,在地面重力环境中,同时考虑 摩擦与间隙、以低转速运行时,使用无模型控制算 法,机械臂关节轨迹能够以一定的误差进行轨迹跟 踪,其中关节 1 轨迹跟踪误差约为 18.0 mm,关节 2 轨迹跟踪误差约为 2.5 mm,末端轨迹的跟踪则存在 较大误差,约为 20.0 mm。在关节力矩方面,关节 1 驱 动力矩约为 56.4 N·m,关节 2 驱动力矩约为 6.0 N·m。 由此可以看出,当摩擦与间隙同时存在且以低转速 运行时,机械臂轨迹跟踪效果较差,且关节 1 的驱动 力矩较大。

3.2 空间机械臂微重力环境下的轨迹跟踪控制

在空间微重力环境下,采用与地面重力环境相 同的无模型控制参数,分别设置摩擦与间隙的有无, 进行微重力环境下无模型算法控制的空间机械臂的 仿真研究。

(1)空间微重力环境下,未考虑间隙与摩擦的 机械臂轨迹跟踪控制。

在空间微重力环境下不考虑摩擦与间隙,使用 无模型控制算法进行机械臂控制,仿真曲线如图 6 所示。

由图 6 可以看出,在空间微重力环境中,不考虑 摩擦与间隙,使用无模型控制算法,机械臂关节轨迹 与末端轨迹能够跟踪上期望轨迹,其中关节 1 轨迹 存在约 2.0 mm 的跟踪误差,关节 2 轨迹存在跟踪误 差约 3.7 mm,末端轨迹在 y 方向上存在约 2.5 mm 的跟踪误差。在关节力矩方面,关节1驱动力矩始终



图 6 空间微重力环境无摩擦、无间隙的无模型控制

有较大的波动,平均值约为0.025 N·m,关节2 驱 动力矩在稳定跟踪状态时,约为0.008 N·m,与地 面重力环境下的关节驱动力矩相比明显减小。分析 可知,由于重力的消失,关节驱动力矩不再需要克服 重力做功,故关节驱动力矩大幅减小。

(2) 空间微重力环境下,考虑间隙与摩擦的机 械臂轨迹跟踪控制。

在空间微重力环境下同时考虑间隙与摩擦,使 用无模型控制算法得到仿真曲线如图7所示。

由图 7 可以看出,在空间微重力环境中,当同时 考虑间隙与摩擦时,使用无模型控制算法,机械臂关 节轨迹与末端轨迹能够以一定的误差跟踪上期望轨 迹,其中关节 1 存在约 2.5 mm 的跟踪误差,关节 2 存在约3.7mm的跟踪误差,末端轨迹则存在约 3.8mm的跟踪误差。在关节力矩方面,关节1驱动 力矩平均约为0.038N·m,关节2驱动力矩平均约 为0.012N·m。仿真结果表明,当同时考虑摩擦与 间隙对机械臂运动特性的影响时,摩擦的存在将会 增加关节驱动力矩,其中关节1驱动力矩较无摩擦 时增加约50%,关节2驱动力矩较无摩擦时增加约 50%,并且可以看出间隙对轨迹跟踪的影响则很小。

3.3 空间机械臂 PD 控制与无模型控制仿真分析

在不同重力环境下,由于重力的释放会使得机 械臂运动行为发生改变,但控制器结构与参数不能 够改变。为了体现无模型控制的自适应性,使用比 例微分(proportional derivative, PD)控制算法对不同



图 7 空间微重力环境考虑摩擦与间隙的无模型控制

重力环境下,含间隙与摩擦的空间机械臂进行仿真 控制。

以期望末端轨迹 x_d、y_d 为输入,实际末端轨迹

x、y为输出,含间隙轻杆模型的运动学逆解作为反 馈环节,设计 PD 控制器对考虑摩擦的空间机械臂 进行控制,算法控制框图如图 8 所示。







参数为 K_p = diag(250,250)、 K_d = diag{25,25},进 行仿真得到不同重力环境下 PD 算法控制的机械臂 运行轨迹如图 9、10 所示。







由图 9、10 可以看出,在地面重力环境中使用 PD 控制算法,机械臂关节轨迹与末端轨迹最终能够 无误差地跟踪上期望轨迹;但在空间微重力环境中, 不改变控制器结构与参数,PD 算法控制下的空间机 械臂无法完成对期望轨迹的跟踪,并不具有实际的 应用价值。因此,对于不同重力环境下考虑摩擦与 间隙的空间机械臂末端轨迹跟踪控制,在不改变控 制器结构与参数的条件下,无模型控制算法显然更 符合实际应用条件,具有重要的研究意义。

4 结论

针对不同重力环境下考虑摩擦与间隙的空间机 械臂轨迹跟踪控制问题,本文以二连杆空间机械臂 为研究对象,使用无质量轻杆模型代替间隙,基于 Kane 方程、力矩平衡原理建立摩擦模型,并设计无 模型控制器对机械臂末端轨迹进行跟踪控制,同时 对关节驱动力矩进行分析。仿真结果表明,在不同 重力环境下,摩擦的存在将增大关节驱动力矩的输 出,但影响有所不同。在地面重力环境下,驱动力矩 主要克服重力做功,摩擦的影响较小,且对关节1的 驱动力矩影响要大于对关节2的驱动力矩影响,分 析认为是由于在地面重力环境下,关节1带动关节 2进行运动,相当于带载运行,故受到的影响较大; 在空间微重力环境中,由于重力的释放,关节驱动力 矩主要用于克服摩擦做功,且摩擦的存在对关节1、 关节2的驱动力矩影响相同,但摩擦力矩对机械臂 轨迹跟踪的影响很小。同时,由于无模型控制算法 的补偿控制,间隙对不同重力环境下的空间机械臂 轨迹跟踪控制的影响均较小。与 PD 算法相比较, 在不改变控制器结构与参数的条件下,无模型控制 算法明显优于 PD 控制算法。需要说明的是,本文 间隙等效模型采用的是无质量轻杆,忽略了关节接 触面的弹性形变与机械臂的柔性,下一步的研究工 作将对含间隙的机械臂模型进行完善与改进。

参考文献

 [1] OLSSON H, ASTROM K J. Friction generated limit cycles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001,9(4):629-636.

- [2] MU D J, WANG H R, WANG X, et al. Observer based friction compensation in robot control [C] // Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Shanghai, China: IEEE, 2004:401-405.
- [3] ARMSTRONG-HÉLOUVRY B, DUPONT P, DE WIT C C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction[J]. Automatica, 1994,30(7):1083-1138.
- [4] BONA B, INDRI M. Friction compensation in robotics: an overview [C] // IEEE Conference on Decision & Control-European Control Conference. Seville, Spain: IEEE, 2006:4360-4367.
- [5]刘福才,刘彩凤,秦利,等.重力作用下的摩擦对空间 机械臂运动控制的影响[J].高技术通讯,2014,24 (1):65-71.
- [6]田浩,寇伟,白争锋.间隙对平面机构运动特性的影响 分析[J].机械设计与制造,2010,2(2):17-18.
- [7] 阎绍泽,陈鹿民,季林红,等. 含间隙铰的机械多体系 统动力学模型[J]. 振动工程学报,2003,16(3):290-294.
- [8]刘福才,侯甜甜,秦利,等.考虑铰间间隙和重力影响
 的空间机械臂轨迹跟踪控制[J].控制理论与应用,
 2015,32(5):665-673.
- [9] TSAI M J, LAI T H. Kinematic sensitivity analysis of linkage with joint clearance based on transmission quality
 [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(11): 1189-1206.
- [10] TING K L, ZHU J, WATKINS D. The effects of joint clearance on position and orientation deviation of linkages and manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2000,35(3):391-401.
- [11] 刘福才,侯甜甜,秦利,等.不同重力环境下间隙对机 械臂末端轨迹的影响[J].高技术通讯,2014,24 (10):1044-1052.
- [12] 张国伟,宋伟刚. 并联机器人动力学问题的 Kane 方法 [J]. 系统仿真学报,2004,16(7):1386-1391.
- [13] 浦玉学,陈演,李孝宝. 柔性关节空间机械臂传感容错
 无模型自适应控制[J]. 宇航学报, 2024,45(1):133-141.
- [14] 任丽娜,李小广,高琳琪,等. 无模型控制在气动变载
 荷加载系统中的应用[J]. 振动与冲击, 2021,40(4):
 99-104,194.

- [15] 侯忠生. 非线性系统参数辨识、自适应控制和无模型 自适应控制[D]. 沈阳:东北大学,1994.
- [16] 韩学烁. 无模型控制算法的研究及其在制冷机组中的应用[D]. 天津:天津大学,2018.
- [17] 李醒,王晓峰.不确定机器人系统无模型自适应滑模 控制方法[J].南京理工大学学报,2015,39(6):655-660.
- [18] 远明. 基于参数化控制器的数据驱动控制方法研究 [D]. 北京:北京交通大学,2014.
- [19] WANG X F, LI X, WANG J H, et al. Data-driven model-free adaptive sliding mode control for the multi degreeof-freedom robotic exoskeleton [J]. Information Sciences,

2016,327:246-257.

- [20] FLIESS M, CÉDRIC J. Model-free control [J]. International Journal of Control, 2013,86(12):2228-2252.
- [21] 侯忠生,金尚泰. 无模型自适应控制理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2013:49-51.
- [22] 李翔, 侯忠生. 基于 PID 参数整定的无模型自适应控制器参数整定方法[J]. 控制理论与应用, 2023,40 (10):1737-1745.
- [23] 刘福才,赵文娜,孟玲聪.不同重力环境下空间机械 臂切换控制[J].高技术通讯,2020,30(10):1049-1055

Trajectory tracking control of space manipulator considering friction and clearance

GAO Juanjuan***, CAO Zhiqiong**, LIU Fucai***

(* Engineering Research Center of the Ministry of Education for Intelligent Control System

and Intelligent Equipment, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

(** Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract

Based on the high precision requirements of space manipulator in orbit service, the trajectory tracking control of space manipulator considering friction and clearance in different gravity environments is studied. Taking two link space manipulator as the research object, the paper establishes the equivalent model with clearance based on light bar model, establishes friction model by using Kane equation and moment balance principle, and establishes the dynamic equation of manipulator by Lagrange equation. The controller without model is designed. On this basis, the driving force of friction and clearance to the joint of the manipulator and the trajectory tracking accuracy of the end of the manipulator are analyzed under different gravity conditions. The tracking effect of the algorithm is compared with the tracking effect of the robot arm end controlled by proportional derivative (PD) algorithm. The superiority of the model control algorithm is verified under different gravity conditions without changing the parameters and structure of the controller.

Key words: space manipulator, gravity, joint friction, joint clearance, modelless