高技术通讯 2024 年 第34卷 第8期:885-894

doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.08.010

基于刚度模型和高斯过程回归模型的重载工业机器人分步标定方法①

汤 烨②* ** 陈庆盈③** 周耀华** 李研彪*

(* 浙江工业大学机械工程学院 杭州 310023)

(** 中国科学院宁波材料技术与工程研究所 宁波 315201)

摘 要 针对串联工业机器人由于关节柔性导致的重载下绝对定位精度较低的问题,提出了一种机器人定位误差分步标定方法。采用局部指数积模型对机器人进行几何误差标定。提出了一种基于建模和机器学习的非几何误差标定方法。在该部分中,首先建立了机器人的刚度模型对非几何误差中最主要的变形误差进行标定,然后采用数据驱动的高斯过程回归(GPR)模型对残余误差进行标定。实验结果表明,该方法可以有效提高机器人带载下的绝对定位精度,并且具有位置精度不随载荷变化而产生明显波动的优点。

关键词 工业机器人;标定;指数积;刚度建模;高斯过程回归(GPR)

重载工业机器人可以代替人类在危险和恶劣的环境中工作,具有工作效率高、承载能力大、稳定性好等优点,在抛光、焊接、喷涂、装配等领域发挥着至关重要的作用[1]。随着柔性制造技术的发展,机器人操作任务的复杂性和精密性不断提高,这对机器人的性能和精度提出了更高的要求。同时,低效危险的在线编程逐渐被高效安全的离线编程所取代[2],但是离线编程对机器人的绝对定位精度要求很高。此外,随着机器人承载能力的提高,串联结构特征和弱关节刚度必然导致机器人的绝对定位精度下降,限制了机器人在高精度制造领域的应用。

一般来说,机器人的重复精度可以达到0.05 mm。但是由于几何误差和非几何误差的存在,机器人的绝对定位精度只能达到毫米级[3]。几何误差主要来源于机器人的制造误差和装配误差,约占机器人误差的90%[4]。非几何误差主要来源于连杆变形、关节柔性、齿轮齿隙、磨损和温度变化等[5]。由于这些误差的存在,机器人控制器中存储的运动学参数与实际参数不一致,导致末端执行器的指令位姿与实际位姿存在偏差。因此,有必要对机器人的几何误差和非几何误差进行标定,从而提高机器人的绝对定位精度。

运动学建模是机器人几何误差标定的基础。建立运动学模型常用的是经典的 D-H(Denavit-Hartenberg)法,但当相邻关节轴线平行时,存在几何误差模型不连续的问题[6]。当相邻关节轴线垂直时,改进的 D-H(modified D-H,MDH)模型仍存在误差模型不连续的问题[7]。基于旋量理论,文献[8]提出采用全局指数积(product-of-exponential,POE)公式对机器人进行运动学建模,避免了误差模型的不连续,但在参数辨识过程中,旋量的正交化和归一化会引入量化误差。在此基础上,文献[9]通过在每个关节处建立局部坐标系,提出了局部指数积模型,不仅避免了量化误差,还大幅简化了误差模型。

在一些高精度的应用场景中,除几何误差外,还应考虑非几何误差,特别是当机器人承受较大载荷时,关节柔性会导致非几何误差的占比很大[10]。文献[11]基于局部指数积公式提出了一种综合考虑几何误差和关节柔性的误差模型,但在实际应用中很难准确获得机器人连杆和关节的质量以及重心的

① 国家自然科学基金(U1813223,U20A20282,U21A20122)资助项目。

② 男,1998 年生,硕士生;研究方向:机器人运动学标定;E-mail:tangye@nimte.ac.cn。

③ 通信作者,E-mail:chenchinyin@nimte.ac.cn。

(收稿日期:2023-02-06)

位置。文献[12]基于误差相似性有效地标定了机器人的非几何误差,但该方法对机器人位姿变化敏感,需要大量样本才能保证精度。

近年来,一些数据驱动的机器学习方法开始被用于机器人标定。其中神经网络运用较为广泛,通过优化网络结构可以获得较好的标定结果[13-14]。然而,这些方法需要大量的训练样本和大量的训练时间。极限学习机具有更直观的结构和良好的泛化性能,但模型参数优化耗时较长,效率和稳定性不高[15]。相比之下,高斯过程回归(Gaussian process regression,GPR)方法可以在训练样本较少的情况下取得较好的效果,文献[16,17]在用局部指数积模型标定几何误差后,采用 GPR 模型对非几何误差进行标定,并在多个载荷下验证了该方法。然而,使用 GPR 模型的前提是训练数据需要服从多元高斯分布,但对于重载工业机器人来说,载荷引起的变形误差可以直接由机器人的刚度模型计算得到[18],因此不应将其视为高斯分布的一部分。在这种情况下,如果像文献[16,17]使用高斯过程回归模型对所有非几何误差进行标定,可能会导致载荷变化情况下绝对定位精度的波动。此外,上述方法很少考虑提高方向精度。

本文提出了一种同时考虑位置和方向精度的重载工业机器人分步标定方法。利用局部指数积公式建立机器人几何误差模型,并在机器人无负载状态下进行实验,获得精确的运动学参数,实现了几何误差的标定。在此基础上,提出了一种建模与数据驱动相结合的非几何误差标定方法。建立机器人的刚度模型,利用激光跟踪仪和力传感器测量的变形和力辨识关节刚度,以标定关节柔性引起的变形误差。通过数据驱动的高斯过程回归模型对残差进行标定,进一步提高机器人的绝对定位精度。与文献[16,17]相比,确定性的变形误差由刚度模型所标定,GPR 模型可以更有效地预测残余误差。通过不同负载下的实验验证了所提标定方法的有效性和鲁棒性。

1　机器人几何误差标定

首先,基于局部指数积公式推导 n 自由度串联机器人的正运动学模型。其次,利用微分几何理论,并将机器人误差集中到初始位姿矩阵中,得到机器人的几何误差模型。最后,利用迭代最小二乘法辨识运动学误差参数,对初始位姿矩阵进行修正,得到标定后的运动学模型。

1.1　正运动学建模

基于局部指数积公式,将各关节旋量表示在自身坐标系下,如图 1 所示。那么,坐标系 i 相对于坐标系 $i-1$ 的齐次变换矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{i-1,i}(q_i) = \boldsymbol{T}_{i-1,i}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_i q_i} \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{T}_{i-1,i}(0) \in \mathrm{SE}(3)$ 表示坐标系 i 相对于坐标系 $i-1$ 的初始位姿矩阵,并可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{i-1,i}(0) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{i-1,i}(0) & \boldsymbol{P}_{i-1,i}(0) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中,q_i 表示机器人关节角,$\hat{\boldsymbol{s}}_i \in \mathrm{se}(3)$ 表示关节 i 的旋量,并可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{s}}_i = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{w}}_i & v_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

式(3)中,$\boldsymbol{s}_i = (\boldsymbol{v}_i, \boldsymbol{w}_i)^{\mathrm{T}} \in R^{6\times1}$,$\boldsymbol{v}_i = (v_{ix}, v_{iy}, v_{iz})^{\mathrm{T}} \in R^{3\times1}$,$\hat{\boldsymbol{w}}_i \in \mathrm{so}(3)$ 表示 $\boldsymbol{w}_i = (w_{ix}, w_{iy}, w_{iz})^{\mathrm{T}} \in R^{3\times1}$ 的反对称矩阵,并且有:

$$\hat{\boldsymbol{w}}_i = \begin{bmatrix} 0 & -w_{iz} & w_{iy} \\ w_{iz} & 0 & -w_{ix} \\ -w_{iy} & w_{ix} & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

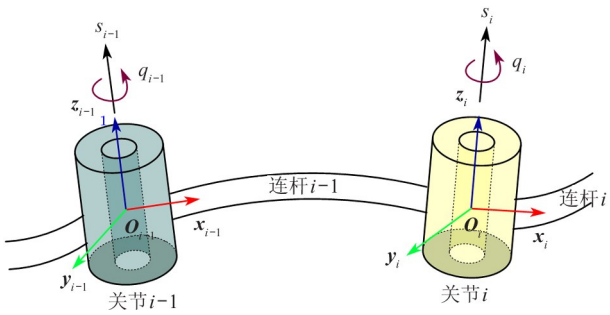


图 1　两相邻关节坐标系

因此,一个 n 自由度串联机器人的正向运动学公式可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{0,n+1} = \boldsymbol{T}_{0,1}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_1 q_1}\boldsymbol{T}_{1,2}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_2 q_2}\cdots\boldsymbol{T}_{n-1,n}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_n q_n}\boldsymbol{T}_{n,n+1} \tag{5}$$

根据 SE(3)上矩阵对数的定义,对于一个李群元素 $\boldsymbol{T}_{i-1,i}(0) \in \mathrm{SE}(3)$,至少存在一个李代数的元

素 $\hat{\boldsymbol{t}}_i \in \mathrm{se}(3)$,使得 $\mathrm{e}^{\hat{t}_i} = \boldsymbol{T}_{i-1,i}(0)$,那么式(5)可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{0,n+1} = \mathrm{e}^{\hat{t}_1}\,\mathrm{e}^{\hat{s}_1 q_1}\,\mathrm{e}^{\hat{t}_2}\,\mathrm{e}^{\hat{s}_2 q_2}\cdots\mathrm{e}^{\hat{t}_n}\,\mathrm{e}^{\hat{s}_n q_n}\,\mathrm{e}^{\hat{t}_{n+1}} \tag{6}$$

1.2　几何误差模型与参数辨识

通过对式(6)微分并假设误差只存在于初始位姿矩阵中,整个过程关节角和旋量保持其名义值[9],可以得到一个线性误差模型 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$。

$$\boldsymbol{y} = \log(\boldsymbol{T}^a_{0,n+1}\cdot\boldsymbol{T}^{-1}_{0,n+1})^{\vee} \in R^{6\times 1}$$

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{Ad}_{T_{0,1}(0)},\boldsymbol{Ad}_{T_{0,1}T_{1,2}(0)},\cdots,\boldsymbol{Ad}_{T_{0,n}T_{n,n+1}(0)}] \in R^{6\times 6(n+1)}$$

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{\delta t}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\delta t}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\delta t}_{n+1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in R^{6(n+1)\times 1} \tag{7}$$

其中,$\boldsymbol{T}^a_{0,n+1}$ 表示实际测量的末端位姿,$\log(\boldsymbol{T})^{\vee}$ 表示将齐次变换矩阵 $\boldsymbol{T} \in \mathrm{SE}(3)$ 转化为一个包含位置和方向的 $\Re^{6\times 1}$ 向量,$\boldsymbol{Ad}_{\boldsymbol{T}}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的伴随矩阵[9],$\boldsymbol{\delta t}_i$ 表示待辨识的误差参数。经过 m 次测量后,误差模型扩展为 $\boldsymbol{Y} = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}$。

$$\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{y}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{y}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in R^{6m\times 1}$$

$$\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_m] \in R^{6m\times 6(n+1)}$$

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{\delta t}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\delta t}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\delta t}_{n+1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in R^{6(n+1)\times 1} \tag{8}$$

令 $\boldsymbol{A}^*$ 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伪逆,那么 $\boldsymbol{x}$ 可以根据 $\boldsymbol{x} = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}^*\boldsymbol{Y}$ 计算得到,通过多次迭代直至误差收敛或达到所设定的范围,参数辨识算法流程如图 2 所示,随后便可以用 $\boldsymbol{\delta t}$ 去修正初始位姿矩阵,即:

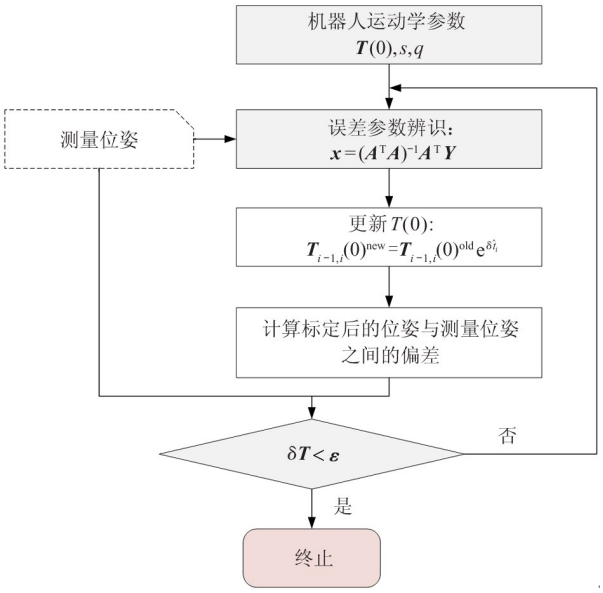


图 2　几何误差参数辨识算法流程

$$\boldsymbol{T}^C_{i-1,i}(0) = \boldsymbol{T}_{i-1,i}(0)\,\mathrm{e}^{\boldsymbol{\delta}\hat{\boldsymbol{t}}_i} = \mathrm{e}^{\hat{t}_i}\,\mathrm{e}^{\boldsymbol{\delta}\hat{\boldsymbol{t}}_i} \tag{9}$$

因此,几何误差标定后的机器人正运动模型可以表示为

$$\boldsymbol{T}^C_{0,n+1} = \prod_{i=1}^{n}(\boldsymbol{T}^C_{i-1,i}(0)\,\mathrm{e}^{\hat{s}_i q_i})\boldsymbol{T}^C_{n,n+1} \tag{10}$$

由于机器人位姿是以矩阵形式表示,无法直观定量地描述方向和位置的偏差,因此定义:

$$\Delta R = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|\log(\boldsymbol{R}_{ai}^{-1}\boldsymbol{R}_{ci})^{\vee}\| \tag{11}$$

$$\Delta P = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|\boldsymbol{P}_{ai} - \boldsymbol{P}_{ci}\| \tag{12}$$

其中,ΔR 和 ΔP 分别表示标定后位姿与实际测量位姿之间的方向和位置偏差,m 为测量的位姿数量,$\boldsymbol{R}_{ci}$ 和 $\boldsymbol{R}_{ai}$ 分别表示标定后位姿矩阵与实际测量位姿矩阵中的旋转矩阵,$\boldsymbol{P}_{ci}$ 和 $\boldsymbol{P}_{ai}$ 分别表示标定后位姿矩阵与实际测量位姿矩阵中的位置向量。

2　变形误差标定

对于串联机器人来说,其串联结构会放大关节柔性引起的变形误差,当机器人末端承受较大载荷时,机器人的变形误差尤为显著[18]。此时,仅通过标定机器人的几何误差很难满足高绝对定位精度的要求。因此,本节对机器人进行刚度建模和关节刚度辨识,以实现变形误差的标定。

2.1　机器人刚度建模

根据虚功原理[19]可得:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} \tag{13}$$

其中,$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1,\tau_2,\tau_3,\tau_4,\tau_5,\tau_6]^{\mathrm{T}}$ 表示机器人关节力矩,$\boldsymbol{J}$ 表示机器人雅可比矩阵,$\boldsymbol{F} = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]^{\mathrm{T}}$ 表示机器人末端所受六维力,f 和 m 分别表示力和力矩。在笛卡尔空间,可以假设机器人末端变形与所受力遵循胡克定律,即:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}_X\Delta\boldsymbol{X} \tag{14}$$

其中,$\boldsymbol{K}_X$ 表示机器人笛卡尔刚度矩阵,$\Delta\boldsymbol{X}$ 表示机器人末端产生的六维变形。

基于虚拟关节法[20],机器人的每一个关节等效为一个一维的线性扭簧。因此,在关节空间存在:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\theta}}\Delta\boldsymbol{\theta} \tag{15}$$

其中,$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\theta}} = \mathrm{diag}[K_{\theta 1},K_{\theta 2},K_{\theta 3},K_{\theta 4},K_{\theta 5},K_{\theta 6}]$ 表示机

器人关节刚度矩阵，$\boldsymbol{\Delta\theta} = [\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3, \Delta\theta_4, \Delta\theta_5, \Delta\theta_6]^{\mathrm{T}}$ 表示关节转角。根据机器人雅可比矩阵，可以得出：

$$\boldsymbol{\Delta X} = \boldsymbol{J\Delta\theta} \tag{16}$$

整合式(13)、式(15)和式(16)可以得出六维变形与六维力的关系：

$$\boldsymbol{\Delta X} = \boldsymbol{JK_\theta^{-1}J^{\mathrm{T}}F} \tag{17}$$

根据式(14)和式(17)，可以得出机器人笛卡尔刚度矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{K_X} = \boldsymbol{J^{-\mathrm{T}}K_\theta J^{-1}} \tag{18}$$

从式(18)可以发现，笛卡尔刚度矩阵取决于机器人雅可比矩阵和关节刚度矩阵，而雅可比矩阵随机器人的位姿变化而变化，因此，笛卡尔刚度矩阵与机器人位姿密切相关。

2.2　机器人关节刚度辨识

根据式(17)可以发现，当机器人关节角确定后，只要给定机器人末端所受六维力以及产生的六维变形，即可求解机器人关节刚度。令 $\boldsymbol{C_\theta} = \boldsymbol{K_\theta^{-1}}$ 表示机器人柔度矩阵，通过分离待辨识量 C_θ，可以将式(17)转化为线性形式，即：

$$\boldsymbol{BC_\theta} = \boldsymbol{\Delta X} \tag{19}$$

其中，

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} J_{11}\sum_{i=1}^{6}J_{i1}F_i & J_{12}\sum_{i=1}^{6}J_{i2}F_i & \cdots & J_{16}\sum_{i=1}^{6}J_{i6}F_i \\ J_{21}\sum_{i=1}^{6}J_{i1}F_i & J_{22}\sum_{i=1}^{6}J_{i2}F_i & \cdots & J_{26}\sum_{i=1}^{6}J_{i6}F_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{61}\sum_{i=1}^{6}J_{i1}F_i & J_{62}\sum_{i=1}^{6}J_{i2}F_i & \cdots & J_{66}\sum_{i=1}^{6}J_{i6}F_i \end{bmatrix} \tag{20}$$

其中，J_{ij} 表示雅可比矩阵的第 i 行第 j 列元素，F_i 表示六维力的第 i 个元素。

当测量了 m 组机器人位姿并分别施加了 n 种载荷后，辨识方程的个数为 $6 \times m \times n$，为超定方程组，无精确解，因此，采用最小二乘法求解，即：

$$\min \mathrm{e}(\boldsymbol{C_\theta^*}) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{BC_\theta} - \boldsymbol{\Delta X}\|_2^2 \tag{21}$$

$$\boldsymbol{C_\theta^*} = (\boldsymbol{B^{\mathrm{T}}B})^{-1}\boldsymbol{B^{\mathrm{T}}}\Delta\boldsymbol{X} \tag{22}$$

求解出关节刚度后，给定机器人关节角和末端所受六维力，即可用式(17)求解末端产生的六维变形 $\boldsymbol{\delta t} \in R^{6\times1}$，利用李群李代数中的指数映射[9]，可以将其转化为一个误差补偿矩阵形式，即：

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{STIF}} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{\delta\hat{t}}} \in R^{4\times4} \tag{23}$$

因此，几何误差与变形误差标定后的机器人实际位姿矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{C1} = \boldsymbol{T}_C(\boldsymbol{q})\boldsymbol{T}_{\mathrm{STIF}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{F}) \tag{24}$$

3　残余误差标定

利用局部 POE 模型和刚度模型可以有效地标定几何误差和变形误差。为了进一步提高机器人的绝对定位精度，还应考虑齿轮间隙、磨损、温度等因素造成的残余误差，这些残差具有较强的非线性和耦合性，难以单独建模和分析。然而，它与机器人关节角和受力密切相关。此外，根据概率论的中心极限定理[21]，残余误差可以近似地认为服从高斯分布。因此在这一节中，基于数据驱动的高斯过程回归模型，通过训练关节角、机器人受力与残差之间的映射关系，对残差进行标定。

根据实际测量的末端位姿 $\boldsymbol{T'}$ 和式(24)建立残余误差的表达式：

$$\boldsymbol{\xi} = \log(\boldsymbol{T}_{C1}^{-1}\boldsymbol{T'})^{\vee} \in \Re^{6\times1} \tag{25}$$

给定一组训练数据 $\boldsymbol{D} = \{\boldsymbol{X},\boldsymbol{\xi}\}$，其中 $\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{q},\boldsymbol{F}\} \in R^{12\times1}$ 为输入向量，残余误差 $\boldsymbol{\xi} \in R^{6\times1}$ 为输出向量，高斯过程回归模型的目的就是建立输入向量与输出向量之间的映射关系。考虑到实际测量过程中噪声的存在，给定高斯噪声 $\delta \sim N(0,\sigma^2)$，那么高斯分布可以表示为

$$\boldsymbol{\xi} \sim N(0,\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + \sigma^2\boldsymbol{I}) \tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})$ 表示协方差矩阵，用以表示输入变量之间的相关性，协方差函数 $k(x_i,x_j)(i,j = 1,2,\cdots,12)$ 是 $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})$ 的元素，本文采用自相关的平方指数核函数来确定 $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})$，其表达式为

$$k(x_i,x_j) = \sigma_f^2\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{12}\frac{(x_{im}-x_{jm})^2}{\sigma_m^2}\right] \tag{27}$$

其中，$(\sigma,\sigma_f,\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_{12})$ 为协方差函数的超参数，本文采用贝叶斯优化方法来确定最优的超参

数[22]。

高斯过程回归模型首先在数据训练集建立先验分布,当给定数据预测集 $\boldsymbol{X}_*$ 时,训练集和预测集的联合高斯分布变为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\xi}_* \end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + \sigma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_*) \\ \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X}_*,\boldsymbol{X}) & \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X}_*,\boldsymbol{X}_*) \end{bmatrix}\right) \tag{28}$$

根据贝叶斯理论,预测的残差 $\boldsymbol{\xi}_*$ 可以根据下式计算得到,即:

$$\boldsymbol{\xi}_* \mid \boldsymbol{\xi} \sim N(\bar{\xi}_*, \operatorname{cov}(\boldsymbol{\xi}_*)) \tag{29}$$

其中,

$$\bar{\xi}_* = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X}_*,\boldsymbol{X})[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + \sigma^2\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{\xi} \tag{30}$$

$$\operatorname{cov}(\boldsymbol{\xi}_*) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X}_*,\boldsymbol{X}_*) - \boldsymbol{K}(\boldsymbol{X}_*,\boldsymbol{X})[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}) + \sigma^2\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_*) \tag{31}$$

同样地,残余误差可以利用指数映射转化为误差补偿矩阵形式:$\boldsymbol{T}_{\mathrm{GPR}} = \mathrm{e}^{\hat{\xi}} \in R^{4\times4}$。

那么可以得出,经过几何误差标定、变形误差标定和残余误差标定后,机器人的实际位姿矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{C2} = \boldsymbol{T}_C(\boldsymbol{q})\boldsymbol{T}_{\mathrm{STIF}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{F})\boldsymbol{T}_{\mathrm{GPR}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{F}) \tag{32}$$

当给定机器人关节角和末端受力数据后,将式(32)计算的位姿矩阵和实际测量的位姿矩阵代入式(11)和式(12)即可定量评价所提标定方法对方向和位置精度的提升效果。

4　实验与结果

本实验以最大负载为 60 kg 的 ABB-IRB4400 工业机器人为实验对象,对所提出的标定方法进行验证,机器人构型如图 3 所示。为测量机器人末端位姿,使用莱卡激光跟踪仪 AT-901MR 并配备六维测量装置 T-MAC,其测量精度为 15 μm 和 0.01 °。实验中使用宇立公司的六维力传感器 M4310 来测量机器人末端所受的力。此外,本文所提算法的编程完全基于 Matlab,整体实验布局如图 4 所示。

根据机器人的构型和坐标系的建立方式,给出名义的初始位姿矩阵和旋量如下。

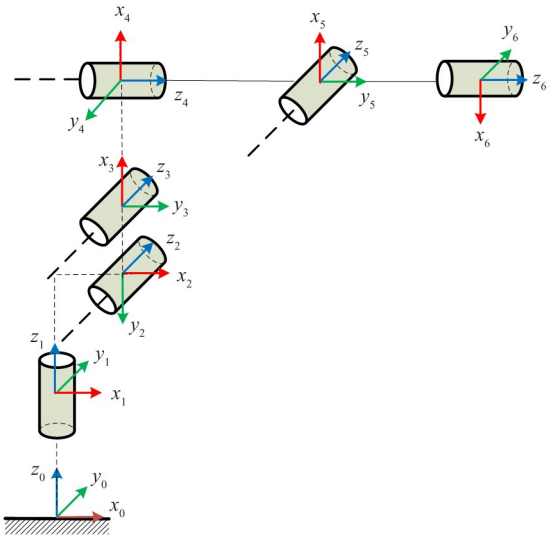


图 3　机器人构型示意图

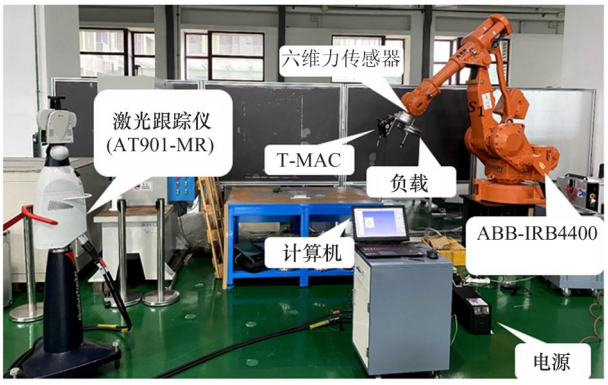


图 4　实验布局图

$$\boldsymbol{T}_{0,1}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{1,2}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.58 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{2,3}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.89 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{3,4}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{4,5}(0)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0.88\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{5,6}(0)=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&0.14\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{6,7}(0)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{s}_1=\boldsymbol{s}_2=\boldsymbol{s}_3=\boldsymbol{s}_4=\boldsymbol{s}_5=\boldsymbol{s}_6=(0,0,0,0,0,1)^{\mathrm{T}}$$

4.1　几何误差标定实验

本文首先开展几何误差标定实验，为了辨识出准确的运动学参数，在机器人末端无负载情况下测量了 130 个位姿点，其中 80 个用以参数辨识，50 个用以验证。采用 1.2 节的方法，位置误差和方向误差均在迭代 3 次之后收敛，如图 5 所示。求解出误差参数后，对机器人初始位姿矩阵进行修正，结果如下。

$$\boldsymbol{T}_{0,1}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.999996&-0.001651&0.002317&-0.002883\\0.001651&0.999999&-0.000154&-0.002841\\-0.002316&0.000157&0.999997&0.099158\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{1,2}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.999998&-0.000205&0.001593&0.199469\\0.001593&-0.000207&-0.999998&-0.000287\\-0.000205&-0.999999&-0.000207&0.579154\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{2,3}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.000204&0.999999&-0.000285&0.000002\\-0.999999&0.000204&0.000003&-0.890606\\-0.000003&0.000285&0.999999&0.000288\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{3,4}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.999999&0.000361&-0.000158&0.151004\\0.000158&-0.000084&0.999999&0.000305\\0.000361&-0.999999&-0.000084&0.000288\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{4,5}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.999999&-0.000118&-0.000361&-0.001199\\-0.000361&-0.000007&-0.999999&0.000081\\0.000118&0.999999&-0.000007&0.880305\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}_{5,6}^{C}(0)=\begin{bmatrix}-0.999916&0.012974&-0.000263&0.001056\\-0.000269&-0.000449&0.999999&0.139712\\0.012974&0.999916&0.000453&-0.000088\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

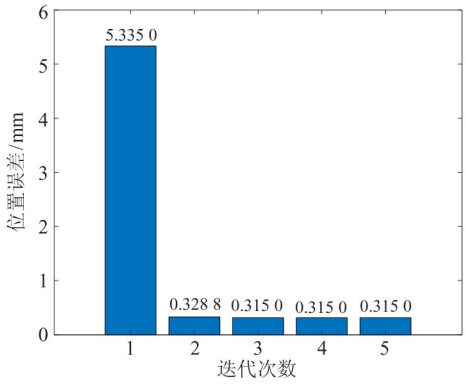
$$\boldsymbol{T}_{6,7}^{C}(0)=\begin{bmatrix}0.999916&-0.012974&-0.000206&0.000144\\0.012974&0.999912&0.000402&0.000396\\0.000201&-0.000404&0.999999&-0.0000289\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

为进一步验证算法的有效性，将 50 个验证点的关节角代入标定后的运动学模型，由式(11)和式(12)计算标定后的方向误差和位置误差，标定结果如图 6 所示，平均位置误差从 5.10 mm 减小到 0.43 mm(减小了 91.87%)，平均方向误差从 1.28°减小到 0.016°(减小了 98.75%)。可见，局部指数积模型可以有效提高机器人在空载情况下的绝对定位精度。

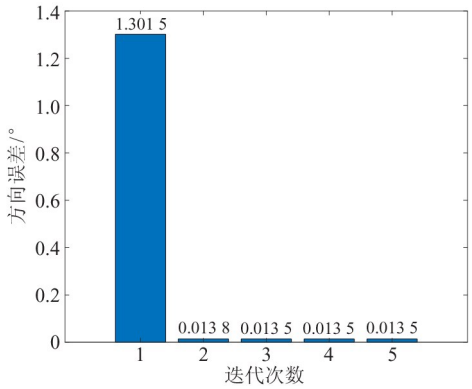
4.2　关节刚度辨识实验

通常情况下，机器人都是在带载下工作，由于关节柔性和串联的结构特征，机器人末端存在变形误差，且变形误差会随着载荷的增大而增大，此时仅采用局部指数积模型去标定几何误差已经无法保证机器人带载下的绝对定位精度，因此需要对机器人关节刚度进行辨识，从而标定这一部分变形误差，提高机器人带载下的绝对定位精度。

在关节刚度辨识实验中，最重要的就是选取测量的位姿点以及施加的六维力。而确定的原则就是机器人位姿应在激光跟踪仪测量范围内尽可能多且均匀地分布在工作空间，以更好地反映机器人真实的刚度。所以此实验一共选取了 80 个位姿点，并且由于机器人末端允许的最大载荷为 60 kg，所以在这些位姿点处分别施加了 20 kg、30 kg 和 40 kg 的载荷以实现六维力的施加，实验过程中用六维力传感

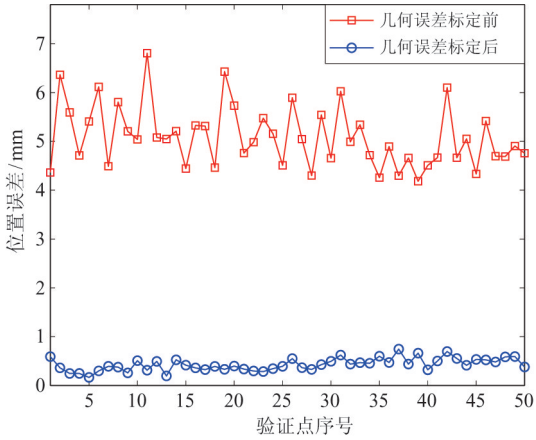


(a)位置误差收敛性

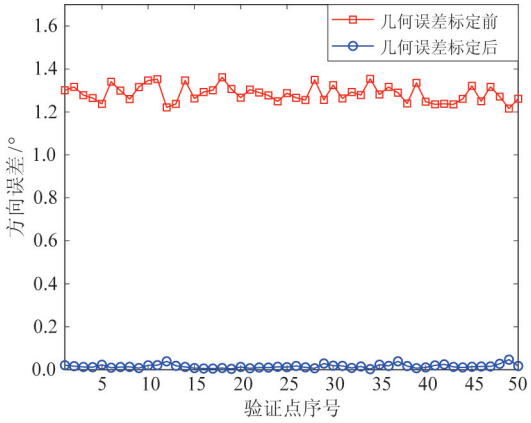


(b)方向误差收敛性

图 5　几何误差标定算法收敛性



(a)验证点的位置误差



(b)验证点的方向误差

图 6　验证点的几何误差标定结果

器测量末端所受的力,用激光跟踪仪测量加载后产生的六维变形,根据 2.2 节的方法,辨识出 ABB-IRB4400 机器人的关节刚度如表 1 所示。

表 1　机器人关节刚度值

机器人关节	关节刚度值/(Nm · rad^{-1})
1	501 130
2	633 590
3	508 209
4	124 391
5	75 782
6	74 226

为了验证所辨识刚度的准确性,额外选取了 30 组位姿点,分别施加 20 kg、30 kg 和 40 kg 的载荷,将实际测量的变形与刚度模型计算的变形进行对比,结果如图 7 所示,3 种载荷下的平均偏差分别为 11.9%、11.3% 和 11.4%,最大偏差分别为 28.6%、27.9% 和 28.4%。

4.3　高斯过程回归模型训练

在 4.2 节中辨识出了关节刚度,虽然通过刚度模型计算的变形与实际测量的变形存在微小的偏差,但是大部分变形误差都可以通过刚度模型进行标定,因此可以把这一小部分偏差归为残余误差的一部分。在残余误差标定实验中,机器人分别在 20 kg、30 kg 和 40 kg 的载荷下运行 100 个位姿点,几何误差和变形误差标定后的残余误差根据式(25)计算出来并作为高斯过程回归模型的输出,机器人关节角和六维力传感器的测量数据作为模型的输入,共计 300 组输入输出。

本文通过贝叶斯优化方法对超参数进行自适应调优,最终目标是使数据十折交叉验证的损失最小。首先根据训练数据求解相应高斯过程回归模型,随

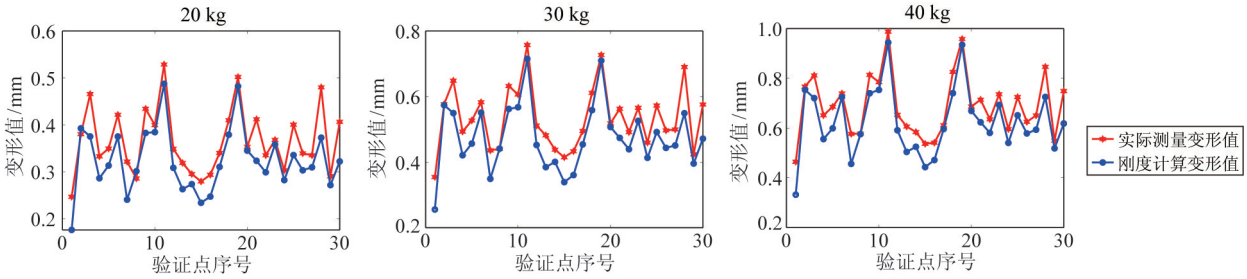


图 7　3 种载荷下刚度验证结果

后求解模型极值点，再将极值代入数据集进行下一轮求解，经过多次迭代最终使得交叉验证的损失最小化，优化过程如图 8 所示，最终确定的超参数如表 2所示，6 个输出元素的平均训练损失为(1.359 7，1.391 0，1.154 6，9.927 2，1.485 9，12.756 4)×10^{-9}，这表明了高斯过程回归模型的有效性。

4.4　三步标定实验结果与讨论

为了验证所提出的分步标定方法的有效性和适用性，本文分别在机器人承受 20 kg、30 kg 和 40 kg 载荷时，比较了指数积、指数积＋刚度和指数积＋刚度＋高斯的标定结果，此外，还将过去的指数积＋高

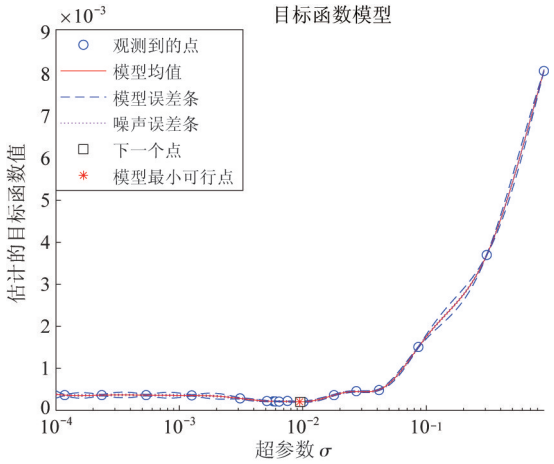


图 8　超参数优化过程

表 2　高斯过程回归模型的超参数

超参数	值	超参数	值
σ	0.009 5	σ_6	7.875 4
σ_f	$1.117\,9\times10^{-8}$	σ_7	56.175 8
σ_1	6.561 7	σ_8	84.699 9
σ_2	11.436 9	σ_9	91.042 2
σ_3	15.187 6	σ_{10}	18.081 3
σ_4	12.691 5	σ_{11}	10.232 6
σ_5	10.633 2	σ_{12}	6.812 7

斯方法[16-17]也加入了比较。包含位置和方向的 4 种方法的标定结果分别如图 9 和图 10 所示，标定后 3 种载荷下的平均位置误差和方向误差如表 3 和表 4所示。结果表明，本文所提出的指数积＋刚度＋高斯标定方法与指数积、指数积＋刚度和指数积＋高斯标定方法相比，平均位置误差分别降低了 84.7%、73.3% 和 37.8%；与指数积和指数积＋刚度标定方法相比，所提方法的平均方向误差分别减小了 69.0% 和 40.8%；而在不同载荷下，所提方法与指数积＋高斯标定方法的平均方向误差基本相同。

从实验结果可以发现，与两步标定法即指数积＋高斯的标定方法相比，本文所提出的三步标定方法可以取得更好的位置精度，且受载荷变化的影响

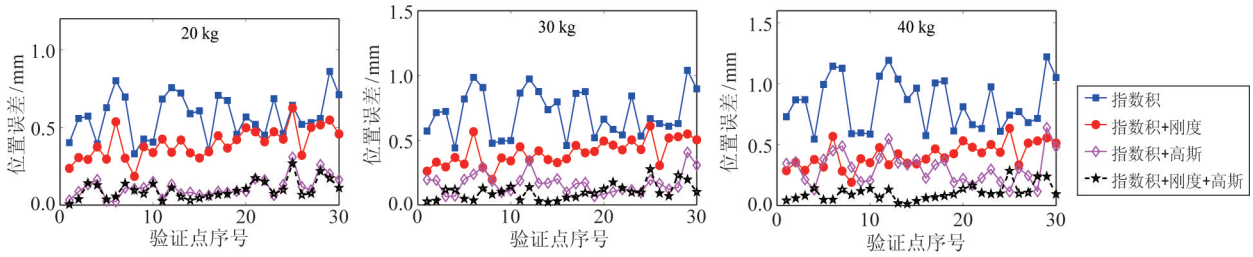


图 9　位置误差标定结果对比

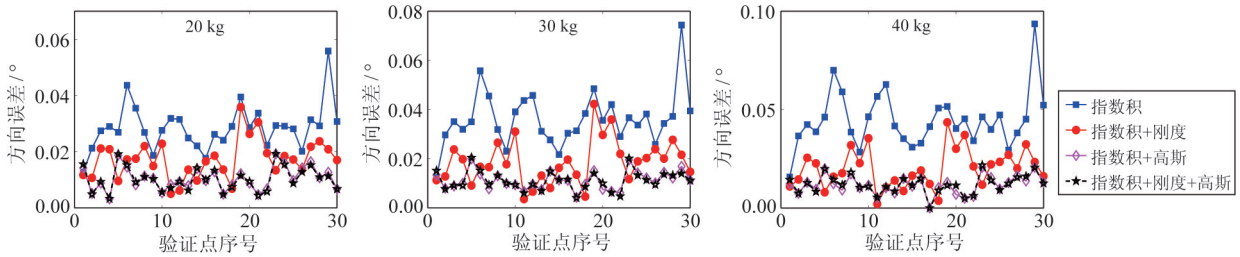


图 10　方向误差标定结果对比

表 3　标定结果的平均位置误差(mm)

标定方法	20 kg	30 kg	40 kg
指数积	0.571 2	0.703 4	0.839 7
指数积+刚度	0.395 2	0.404 5	0.413 5
指数积+高斯	0.113 7	0.170 3	0.308 4
指数积+刚度+高斯	0.103 2	0.108 1	0.112 9

表 4　标定结果的平均方向误差(°)

标定方法	20 kg	30 kg	40 kg
指数积	0.028 6	0.036 2	0.044 7
指数积+刚度	0.017 6	0.019 1	0.020 5
指数积+高斯	0.010 6	0.011 3	0.011 9
指数积+刚度+高斯	0.010 4	0.011 3	0.012 2

小。虽然在 20 kg 时指数积+高斯方法可以取得和三步法相近的位置精度,但是随着载荷的增加,出现了位置精度波动的情况,并且载荷越大波动越明显,甚至在一些位姿点的标定效果不如指数积+刚度方法,这表明了将非几何误差一次性标定存在位置精度随载荷变化而产生波动的问题,所以有必要用刚度模型将非几何误差中的变形误差先标定,然后再进行残余误差的标定。从方向误差的标定结果来看,指数积+高斯的标定效果与三步法相近。

5　结　论

针对串联型重载工业机器人在载荷作业下存在绝对定位精度低的问题,本文提出了一种三步标定方法,即用局部指数积模型标定几何误差,先用刚度模型标定非几何误差中最主要的变形误差,最后用高斯过程回归模型标定残余非几何误差。该方法不但可以有效提高机器人带载下的绝对定位精度(包含位置和方向),而且与现有的两步标定方法即指数积+高斯方法相比,具有位置精度不随载荷变化而产生明显波动的优点,不同载荷下的实验结果证明了该方法的有效性和鲁棒性。

参考文献

[1] WU Q, LIU Y, WU C. An overview of current situations of robot industry development[C]//ITM Web of Conferences. Wuhan, China: WCSN, 2018:1-6.

[2] BEDAKA A K, VIDAL J, LIN C Y. Automatic robot path integration using three-dimensional vision and offline programming[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019,102(5):1935-1950.

[3] OLSSON T, HAAGE M, KIHLMAN H, et al. Cost-efficient drilling using industrial robots with high-bandwidth force feedback[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010,26(1):24-38.

[4] WU Y, KLIMCHIK A, CARO S, et al. Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015,35:151-168.

[5] ZHOU J, KANG H J. A hybrid least-squares genetic algorithm-based algorithm for simultaneous identification of geometric and compliance errors in industrial robts[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015,7(6):1-12.

[6] 陆艺, 于丽梅, 郭斌. 工业机器人运动学参数标定方法仿真[J]. 中国计量大学学报, 2018,29(1):38-43.

[7] 陈相君, 古力那尔·祖农, 薛梓, 等. 基于激光跟踪仪的协作机器人标定算法与实验研究[J]. 计量学报, 2021,42(5):552-557.

[8] OKAMURA K, PARK F C. Kinematic calibration using the product of exponentials formula[J]. Robotica, 1996, 14(4):415-421.

[9] CHEN I M, YANG G, TAN C T, et al. Local POE model for robot kinematic calibration[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001,36(11-12):1215-1239.

[10] SONG Y, LIU M, LIAN B, et al. Industrial serial robot cal-

ibration considering geometric and deformation errors[J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2022, 76:102328.

[11] TAO P Y, YANG G, SUN Y C, et al. Product-of-exponential(POE) model for kinematic calibration of robots with joint compliance[C]//2012 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Gaoxiong, China: IEEE, 2012:496-501.

[12] 何晓煦, 田威, 曾远帆, 等. 面向飞机装配的机器人定位误差和残差补偿[J]. 航空学报, 2017,38(4):292-302.

[13] CAO H Q, NGUYEN H X, TRAN T N C, et al. A robot calibration method using a neural network based on a butterfly and flower pollination algorithm[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021,69(4):3865-3875.

[14] 王一, 宋志伟, 王祎泽, 等. 基于 PSO 优化神经网络和空间网格的机器人位姿标定方法[J]. 中国测试, 2016,42(8):98-102.

[15] YUAN P, CHEN D, WANG T, et al. A compensation method based on extreme learning machine to enhance absolute position accuracy for aviation drilling robot[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018,10(3):1-11.

[16] JING W, TAO P Y, YANG G, et al. Calibration of industry robots with consideration of loading effects using product-of-exponential (POE) and Gaussian process (GP)[C]//2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Stockholm, Sweden: IEEE, 2016:4380-4385.

[17] JING W, ZHOU J T, GAO F, et al. A learning-based approach for error compensation of industrial manipulator with hybrid model[C]//2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICCARV). Singapore: IEEE, 2018:216-221.

[18] 陈钦韬, 殷参, 张加波, 等. 面向铣削任务的工业机器人刚度位姿优化[J]. 机器人, 2021,43(1):90-100.

[19] CERVANTES-SANCHEZ J J, RICO-MARTÍNEZ J M, PACHECO-GUTIERREZ S, et al. Static analysis of spatial parallel manipulators by means of the principle of virtual work[J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2012,28(3):385-401.

[20] KLIMCHIK A, PASHKEVICH A, CARO S, et al. Stiffness matrix of manipulators with passive joints: computational aspects[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 28(4):955-958.

[21] HOEFFDING W, ROBBINS H. The central limit theorem for dependent random variables[J]. Duke Mathematical Journal, 1948,15:773-780.

[22] SNOEK J, LAROCHELLE H, ADAMS R P. Practical Bayesian optimization of machine learning algorithms[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2012,25:2951-2959.

A hierarchical calibration method for heavy-duty robot with stiffness model and Gaussian process regression model

TANG Ye[*,**], CHEN Qingyin[**], ZHOU Yaohua[**], LI Yanbiao[*]

([*] College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

([**] Ningbo Institute of Materials Technology and Engineering, Chinese Academy of Sciences, Ningbo 315201)

Abstract

Aiming at the problem of poor absolute positioning accuracy under heavy loads caused by joint compliance of serial industrial robots, a hierarchical calibration method for heavy-duty industrial robots is proposed. The local product-of-exponential model is used to calibrate the geometric error of the robot. A non-geometric error calibration method based on modeling and machine learning is proposed. In this part, the stiffness model of the robot is first established to calibrate the deformation error, which is a prominent part of the non-geometric error. Then, the residual error is calibrated with the data-driven Gaussian process regression (GPR) model. Experimental results show that this method can effectively improve the absolute positioning accuracy of the robot under load, and the positional accuracy does not fluctuate obviously with the change of load.

Key words: industrial robot, calibration, product-of-exponential, stiffness modeling, Gaussian process regression (GPR)