

## 基于快速 MPC 的固定翼无人机空中着陆抗扰控制<sup>①</sup>

张啸天<sup>②\*</sup> 廖 飞<sup>\*\*</sup> 何德峰<sup>③\*</sup>

(\* 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

(\*\* 中国空气动力研究与发展中心空天技术研究所 绵阳 621000)

**摘 要** 针对固定翼无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)与舰载飞行平台间空中着陆的末段控制问题,提出一种基于快速模型预测控制(model predictive control, MPC)的固定翼无人机空中着陆抗扰控制方法。结合固定翼无人机动力学模型,在气流坐标系下对外界风扰动及着陆过程中抵近乱流扰动进行精确建模。设计拓展状态观测器(extended state observer, ESO),估计空中着陆末段过程的系统状态和特殊集总扰动,实现扰动有效补偿。进一步,根据固定翼无人机纵-横向的解耦动力学模型将固定翼无人机的空中着陆控制问题描述为约束下有限时域最优控制问题即 MPC 问题,并构建针对近端随机障碍的线性化约束;应用拉格朗日法和滚动时域优化原理,获得 MPC 问题在约束条件下的近似最优解。数值对比仿真实验验证了所提出的空中着陆扰动补偿解耦控制方法具有较好的抗扰性能及实时性能,能够满足空中自动对接着陆的任务需求。

**关键词** 固定翼无人机;空中着陆控制;模型预测控制;拓展状态观测器;解耦控制

无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)技术已经广泛应用于国防军事、公共安全、农林防护、遥感监测等众多军事及民用领域<sup>[1]</sup>,其中着陆回收控制是其研究热点和难点。对于旋翼无人机,由于其结构简单、可进行垂直起降,相关学者提出了针对陆基移动平台<sup>[2]</sup>、水基移动平台<sup>[3-4]</sup>的着陆控制算法。文献[5]提出了一种具有子母机结构的旋翼无人机空中对接策略。相比于旋翼无人机,固定翼无人机具有巡航稳定、续航长等特定优点,但由于自身飞行特性(如非线性等)导致回收要求较高,常规陆基着陆<sup>[6]</sup>、撞线回收<sup>[7]</sup>及伞降回收<sup>[8]</sup>都存在一定局限性。

在此背景下,固定翼无人机的空中对接着陆逐渐成为研究热点。固定翼无人机具有以下显著优势:(1)无需地面跑道,机动灵活性高,节省空间资源;(2)回收效率高,节约时间资源;(3)扩大常规固定翼无人机作战半径及地域适应性,在军事领域具

有显著优势。为此,文献[9,10]提出了一种针对小型固定翼无人机的空中着陆策略,以四旋翼无人机作为空中载体,并在旋翼机顶部设立锁钩装置以实现着陆。文献[11]提出了一种双固定翼无人机构成的空中着陆策略,其在作为载体的无人机顶部设置摩擦结构以加快着陆无人机的减速过程。文献[12]提出了一种伸缩套臂式无人机空基回收方法,并对伸缩套臂抓取无人机这一过程进行了精确建模。不同于以上3种策略,本文面向的背景以舰载飞行平台作为任务无人机的着陆载体。着陆时其保持匀速巡航,固定翼无人机从较远处开始飞向平台,待距离足够近时在其后方以相对略高的空速进行下滑着陆,二者对接后关停固定翼无人动力系统完成着陆。其中,考虑飞行平台的实际构型,着陆末段对无人机位置、姿态的跟踪需要极其精确,且面临规划轨迹无法实时排除的随机障碍碰撞风险,因此末段控

① 国防科技创新项目(2022-4b5s-wwh-0041)资助。

② 男,1999年生,硕士生;研究方向:模型预测控制,飞行器控制;E-mail: 2112103075@zjut.edu.cn。

③ 通信作者,E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn。

(收稿日期:2023-04-04)

制对于空中着陆能否成功至关重要。

然而,上述提出的固定翼空中着陆策略仅提出着陆策略、流程以及对接过程的硬件机构设置,并未针对无人机本身提出空中着陆自动控制方法。尽管目前固定翼空中着陆控制算法存在空白,但针对固定翼无人机面向陆基移动平台(如地面车辆)及水基移动平台(如海上航母)的自动着陆控制方法已逐渐成熟。文献[13,14]针对固定翼无人机在地面行驶车辆上的着陆提出了一种通信控制方案。为解决无人机与航母对接着陆时的舰尾扰流问题,文献[15,16]提出了自适应超扭矩控制及鲁棒预览控制等固定翼无人机自动着舰控制算法。为达到快速收敛的目的,基于定时扰动观测器及定时滤波器的一类新型固定时间引导律<sup>[17]</sup>及基于自适应终端积分滑膜控制的固定时间引导律<sup>[18]</sup>也都被研发出来应用于无人机于航母的着陆。此外,预设性能控制<sup>[19]</sup>、预览控制<sup>[20]</sup>、基于神经网络的智能控制<sup>[21]</sup>也都被应用于自动着舰进行轨迹跟踪。

但现有控制方法在设计时无法保证固定翼无人机满足自身约束,如执行机构饱和及外界软约束,同时算法在实际应用时的实时性保证也有待商榷。此外最重要的是,固定翼无人机空中着陆控制与上述面向陆基、水基移动平台的控制不同,其末段控制流程存在着陆区域狭小、位姿跟踪精度要求高和未知扰动大等特点。因此,针对上述空中着陆末段部分设计一套抗强扰动、实时优化且能处理固定翼无人机系统多约束的控制算法是必要的。

模型预测控制(model predictive control, MPC)是处理上述问题的有效方法之一。MPC 是一种能够显式地处理约束及非线性的一类先进控制策略<sup>[22]</sup>,并且具有在线应用的能力。一般来说,MPC 使用系统的模型来预测后续状态,并通过优化由后续状态与目标状态间偏差构成的代价函数来获得控制输入。但常规 MPC 需要在线求解约束优化问题,计算量大,在实际中限制了其在如固定翼无人机等快速响应系统上的应用。同时,MPC 不能灵活补偿固定翼无人机空中着陆末段遇到的强扰动问题,这将导致着陆控制器性能变差甚至无法精确完成着陆对接任务。

本文考虑上文所提出的空中着陆末段控制难点并结合 MPC 整体特性,提出了基于快速模型预测控制的固定翼无人机空中着陆抗扰控制方法。依据小扰动原理进行精确解耦线性化,对横、纵向通道分别进行设计。其后设计了一款可以同时处理与系统状态有关的非线性扰动及未知高阶扰动的拓展状态观测器(extended state observer, ESO)对风扰动、抵近乱流进行有效估计,并将随机障碍规避纳入 MPC 约束,借助拉格朗日法实时获取近似解析解。最后,通过固定翼无人机空中着陆典型场景及避障场景进行对比仿真,验证了本文所提方法的有效性和优越性。

## 1 问题描述

假设地球在惯性空间中为静止并忽略地球曲率和陀螺效应,则空中着陆末段过程固定翼无人机动力学模型<sup>[23-24]</sup>为

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_b = \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_b)\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_b) + \mathbf{f}_\omega \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_b = \mathbf{f}_\sigma(\boldsymbol{\sigma}_b)\boldsymbol{\omega}_b \quad (2)$$

$$\dot{\boldsymbol{\Gamma}}_a = \begin{bmatrix} L_{V_a}(\boldsymbol{\Gamma}_a, \boldsymbol{\sigma}_b, \boldsymbol{\zeta}, T) \\ L_\alpha(\boldsymbol{\Gamma}_a, \boldsymbol{\sigma}_b, \boldsymbol{\omega}_b, \boldsymbol{\zeta}) + f_\alpha \\ L_\beta(\boldsymbol{\Gamma}_a, \boldsymbol{\sigma}_b, \boldsymbol{\omega}_b, \boldsymbol{\zeta}, T) + f_\beta \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = V_a \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\chi \\ \cos\gamma\sin\chi \\ \sin\gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_b = [p \ q \ r]^T \in \mathbb{R}^3$ 为相对于惯性坐标系的角速度, $\boldsymbol{\sigma}_b = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ 为姿态欧拉角, $\boldsymbol{\Gamma}_a = [V_a \ \alpha \ \beta]^T$ , $\boldsymbol{\xi} = [L_m \ M_m \ N_m]^T \in \mathbb{R}^3$ 为三轴上的力矩, $V_a$ 为空速, $\alpha$ 及 $\beta$ 分别为仰角及侧滑角, $\boldsymbol{\zeta} = [L_f \ D_f \ Y_f]^T \in \mathbb{R}^3$ 分别表示升力、阻力及侧向力, $T$ 为发动机推力, $\boldsymbol{\eta} = [p_x \ p_y \ p_h]^T \in \mathbb{R}^3$ 为相对于惯性坐标系的三轴位置, $\gamma = \theta - \alpha$ 为下滑路径角, $\chi = \psi + \beta$ 为航向角。 $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^3$ 为正定且可逆的惯性矩阵, $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_b)$ 和 $\mathbf{f}_\sigma(\boldsymbol{\sigma}_b)$ 分别为与 $\boldsymbol{\omega}_b$ 及 $\boldsymbol{\sigma}_b$ 有关的矩阵, $L_{V_a}$ 、 $L_\alpha$ 及 $L_\beta$ 为非线性函数,其具体形式见附录 I。

上述三轴合外力 $\boldsymbol{\zeta}$ 、合外力矩 $\boldsymbol{\xi}$ 及推力 $T$ 与无人机气动参数及具体控制执行机构,如升降舵偏转 $\delta_H$ 、前缘襟翼偏转 $\delta_{LEF}$ 、发动机功率角偏转 $\delta_p$ 、副翼偏转 $\delta_a$ 及方向舵偏转 $\delta_r$ ,相关,具体表达式见附录 I。

此外, $\mathbf{f}_d = [f_\alpha \ f_\beta \ f_\omega]^T$ 为着陆过程中未知集总

扰动,  $\mathbf{f}_\omega = [f_p f_q f_r]^T$ 。定义  $\mathbf{f}_d = \mathbf{w} + \mathbf{d}$  并对其进行精准建模:  $\mathbf{w} = [w_\alpha \ w_\beta \ w_p \ w_q \ w_r]^T$  为外界风造成的与状态相关的扰动, 如式(5)所示;  $\mathbf{d}$  为末端进近时飞行平台动力系统造成的未知抵近乱流扰动并有高阶形式  $d_i(t) = \sum_{j=0}^h d_{i,j} t^j (i = \alpha, \beta, p, q, r)$ , 其中  $t$  为时间序列, 其在纵向平面对  $\alpha$  及  $q$  的影响会随着对接距离逼近而显著增加, 式中  $h$  为未知扰动最高阶次。

$$\begin{cases} w_\alpha = (D_f \alpha_w + 1/2\rho V_a^2 S C_{L_f}^\alpha \alpha_w) \cos\phi / (m V_a) \\ w_\beta = (-D_f \beta_w + 1/2\rho V_a^2 S C_{Y_f}^\beta \beta_w) \cos\phi / (m V_a) \\ w_p = 1/2\rho V_a^2 S b (I_{xz} C_{Lm}^\beta \beta_w + I_{xz} C_{Nm}^\beta \beta_w) (I_x I_z - I_{xz}^2) \\ w_q = 1/2\rho V_a^2 S c C_{Mm}^\alpha \alpha_w / I_y \\ w_r = 1/2\rho V_a^2 S b (I_{xz} C_{Lm}^\beta \beta_w + I_x C_{Nm}^\beta \beta_w) / (I_x I_z - I_{xz}^2) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\alpha_w = w_\alpha / V_a$ ,  $\beta_w = w_\beta / V_a$ ,  $w_w$  及  $v_w$  分别为垂直方向上的风速及横侧向的风速,  $C_i^j (i = L_f, Y_f, L_m, M_m, N_m; j = \alpha, \beta)$  为各项气动系数,  $\rho$  为大气密度,  $S$  为机翼面积,  $b$  为翼展长度,  $c$  为平均气动弦长,  $m$  为固定翼无人机质量,  $I_x, I_y, I_z$  分别为机体绕  $x, y, z$  轴的转动惯量。

令  $\mathbf{x} = [V \ \alpha \ \beta \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r \ p_x \ p_y \ p_h]^T \in \mathbb{R}^{12}$  为状态量,  $\mathbf{u} = [\delta_H \ \delta_{LEF} \ \delta_p \ \delta_a \ \delta_r]^T \in \mathbb{R}^5$  为控制量,  $\mathbf{f}_d$  为未知扰动量, 则式(1)~(5)的紧凑型模型为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{f}_d(t)) \quad (6)$$

并受到控制量约束  $\underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u}(k) \leq \bar{\mathbf{u}}$ , 控制增量约束  $\Delta \underline{\mathbf{u}} \leq \Delta \mathbf{u}(k) \leq \Delta \bar{\mathbf{u}}$  及避障约束  $L(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0$ , 其中  $\underline{\mathbf{u}}$  及  $\bar{\mathbf{u}}$  分别表示对应最小值及最大值,  $L(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  的具体形式将在下文给出,  $\Delta \mathbf{u}(k)$  为控制增量。

## 2 空中着陆控制器设计

针对固定翼无人机空中着陆末端部分飞行平稳且无大幅机动的特点, 可以依据小扰动原理在配平点  $(\mathbf{x}_{trim}, \mathbf{u}_{trim})$  进行解耦线性化, 以此对高耦合的强非线性模型进行合理简化。将整体控制器分为纵向通道和横向通道两部分可以缩小系统维度、降低运算耗时。本文在 MPC 的基础上结合所设计的 ESO 以补偿未知扰动, 并借助拉格朗日乘子法得到约束下 MPC 近似迭代解析解以改善系统快速性。整体

工作框架如图 1 所示。

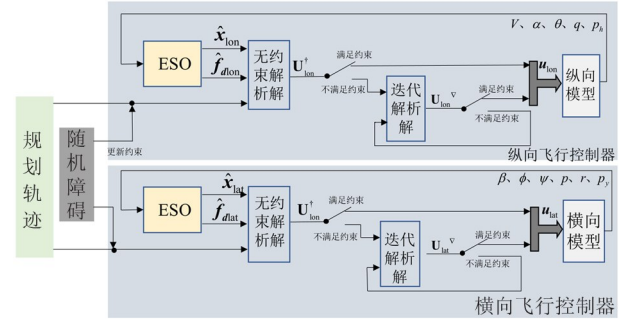


图 1 对接着陆控制器框架

### 2.1 纵向控制器设计

解耦获得的纵向通道系统在配平状态下可线性化为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{lon}(t) = \mathbf{A}_{lon} \mathbf{x}_{lon}(t) + \mathbf{B}_{lon} \mathbf{u}_{lon}(t) + \mathbf{D}_{lon} \mathbf{f}_{dlon}(t) \\ \mathbf{y}_{lon}(t) = \mathbf{C}_{lon} \mathbf{x}_{lon}(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{x}_{lon} = [V \ \alpha \ \theta \ q \ p_h]^T$ ,  $\mathbf{u}_{lon} = [\delta_H \ \delta_{LEF} \ \delta_p]^T$ ,  $\mathbf{f}_{dlon} = \mathbf{w}_{lon} + \mathbf{d}_{lon} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{w}_{lon} = [w_\alpha \ w_q]^T = \mathbf{G}_1(\mathbf{w}_w, \mathbf{x}_{lon})$  为式(5)中与状态有关的非线性扰动项,  $\mathbf{d}_{lon} = [d_\alpha \ d_q]^T$ ,  $\mathbf{A}_{lon}$ 、 $\mathbf{B}_{lon}$ 、 $\mathbf{C}_{lon}$ 、 $\mathbf{D}_{lon}$  为线性化得到的系统矩阵。

为增强控制器的抗扰性能, 需对着陆过程未知集总扰动  $\mathbf{f}_{dlon}$  进行有效补偿, 为此本文针对此类非线性扰动  $\mathbf{w}_{lon}$  及高阶未知扰动  $\mathbf{d}_{lon}$  同时存在的场景设计了一款 ESO 以对其进行有效估计。为便于区分 ESO 上/下标符号避免歧义, 在 ESO 设计中将所涉及系统维数采用广义形式进行表达。由式(7)可知纵向扰动数量有  $n_d = 2$ , 状态数及输出数有  $n_x = n_y = 5$ , 令:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{lon}^e &= [\mathbf{x}_{lon}^{eT} \ \dot{\mathbf{x}}_{lon}^{eT} \ \ddot{\mathbf{x}}_{lon}^{eT} \ \cdots \ \mathbf{x}_{lon}^{e(m)T}]^T \\ &= [x_{lon, n_x+1} \ x_{lon, n_x+2} \ \cdots \ x_{lon, n_x+h \cdot n_d+n_d}]^T \end{aligned} \quad (8)$$

作为 ESO 的拓展状态, 其中各向量具体形式为

$$\mathbf{x}_{lon}^{e(i)} = \begin{bmatrix} x_{lon, n_x+(i \cdot n_d)+1} \\ x_{lon, n_x+(i \cdot n_d)+2} \\ \cdots \\ x_{lon, n_x+(i \cdot n_d)+n_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^{(i)}(t) \\ d_2^{(i)}(t) \\ \cdots \\ d_{n_d}^{(i)}(t) \end{bmatrix}_{n_d \times 1} \quad (i = 1, 2, \dots, h) \quad (9)$$

重构  $\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}} = [\mathbf{x}_{\text{lon}} \ \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}^e]^T \in \mathbb{R}^{n_x+(h+1) \cdot n_d}$  作为 ESO 的新状态,则有对应拓展状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{lonc}} & \mathbf{D}_{\text{lonc}} & \mathbf{0}_{n_x \times (h \cdot n_d)} \\ \mathbf{0}_{(h \cdot n_d) \times n_x} & \mathbf{0}_{(h \cdot n_d) \times n_d} & \mathbf{I}_{(h \cdot n_d) \times (h \cdot n_d)} \\ \mathbf{0}_{n_d \times n_x} & \mathbf{0}_{n_d \times n_d} & \mathbf{0}_{n_d \times (h \cdot n_d)} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(t) \\ + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{lonc}} \\ \mathbf{0}_{((h+1) \cdot n_d) \times n_x} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{B}}_{\text{lonc}}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\text{lonc}} \\ \mathbf{0}_{((h+1) \cdot n_d) \times n_d} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}}} \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(t)) \\ \mathbf{y}_{\text{lon}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{\text{lon}} \\ \mathbf{0}_{n_y \times ((h+1) \cdot n_d)} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{C}}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(t) \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}) = \mathbf{w}_{\text{lon}}(\mathbf{x})$ 。

考虑到所有信息在计算机中都为离散信号,故以采样时间  $T_s$  对式(10)进行离散化处理:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k) + \bar{\mathbf{B}}_{\text{lonc}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(k) \\ \quad + \bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}} \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) \\ \mathbf{y}_{\text{lon}}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{\text{lon}} \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k) \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} = \exp(\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} \cdot T_s)$ ,  $\bar{\mathbf{B}}_{\text{lonc}} = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^{-1} (\exp(\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} \cdot T_s) - \mathbf{I}) \cdot \bar{\mathbf{B}}_{\text{lonc}}$ ,  $\bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}} = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^{-1} (\exp(\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} \cdot T_s) - \mathbf{I}) \cdot \bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}}$  [25]。

所设计估计系统状态及集总扰动的 ESO 具体形式为

$$\begin{cases} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k) + \bar{\mathbf{B}}_{\text{lonc}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(k) \\ \quad + \bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}} \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k)) + L_{\text{lon}} [\mathbf{y}_{\text{lon}}(k) - \hat{\mathbf{y}}_{\text{lon}}(k)] \\ \hat{\mathbf{y}}_{\text{lon}}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{\text{lon}} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $L_{\text{lon}} \in \mathbb{R}^{(n_x+(h+1)n_d) \times n_y}$  为待确定的观测器增益,  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}$  及  $\hat{\mathbf{y}}_{\text{lon}}$  为拓展状态及输出的估计值。根据对拓展状态的定义,在  $k$  时刻可以得到  $k+1$  时刻的系统状态估计  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k+1)$  及高阶扰动估计  $\hat{\mathbf{d}}_{\text{lon}}(k+1)$ , 进而集总扰动估计  $\hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}} = \mathbf{w}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}) + \hat{\mathbf{d}}_{\text{lon}}$  也可知。对于所提出 ESO 的估计误差收敛性将在定理 1 中进行具体说明。

**假设 1** (1)集总扰动  $\mathbf{f}_{\text{dlon}}$  在时间  $t$  上连续可微;(2)非线性扰动项  $\mathbf{w}_{\text{lon}}(\mathbf{x}_{\text{lon}})$  中各分量的非线性函数为已知,但状态  $\mathbf{x}_{\text{lon}}$  为未知,且  $\|\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k))\|_2$  有界;(3)高阶扰动项  $\mathbf{d}_{\text{lon}}(t)$  中的最高阶次  $r$  为已知。

**假设 2**  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e$  的第  $i$  个特征值  $\lambda_i$  满足  $|\lambda_i| < 1$  ( $i = 1, 2, \dots, n_x + (h+1) \cdot n_d$ ), 其中  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}} - L_{\text{lon}} \bar{\mathbf{C}}_{\text{lon}}$ 。

**定理 1** 当纵向系统式(7)同时满足假设 1 及假设 2 时,ESO 的估计误差  $\mathbf{e}(k)$  是有界收敛的,其中对估计误差定义为  $\mathbf{e}(k) = \bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k) - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k)$ 。

**证明** 基于估计误差定义,可得对应误差方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e \mathbf{e}_{\text{lon}}(k) + \bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}} [\mathbf{w}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) \\ &\quad - \mathbf{w}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k))] \end{aligned} \quad (13)$$

取 Lyapunov 函数为  $V(k) = \mathbf{e}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{e}(k)$ , 其中矩阵  $\mathbf{P}$  是  $[\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e - \mathbf{P} = -\mathbf{Q}$  的唯一解,且有  $\mathbf{P} > 0$  及  $\mathbf{Q} > 0$ 。由误差方程可推导得:

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &= \mathbf{e}^T(k) [\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e \mathbf{e}(k) + [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k) \\ &\quad + 2[\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e \mathbf{e}(k) - \mathbf{e}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (14)$$

式中为简化符号量,本文定义  $\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k) = \bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}} [\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) - \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k))]$ 。

将  $[\bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e - \mathbf{P} = -\mathbf{Q}$  代入式(14)可进一步得到:

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &= -\mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k) + [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k) \\ &\quad + 2[\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e \mathbf{e}(k) \\ &= -\|\mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q}^{1/2} - [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lonc}}^e \mathbf{Q}^{-1/2}\|_2^2 \\ &\quad + \|\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)\|_2^2 \\ &\quad + \|\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)\|_2^2 \end{aligned} \quad (15)$$

结合假设 1 中  $\|\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k))\|_2$  有界可以得到如下不等式:

$$\begin{aligned} \|\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)\|_2 &= \|\bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}}\|_2 \cdot \|\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) - \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k))\|_2 \\ &\leq \|\bar{\mathbf{D}}_{\text{lonc}}\|_2 (\|\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k))\|_2 + \|\bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{\text{lon}}(k))\|_2) \end{aligned} \quad (16)$$

通过式(16)可知  $\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)$  有界。

令:

$$\mathbf{G}(k) = \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \mathbf{Q}^{-1/2} \right\|_2^2 + \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P}^{1/2} \right\|_2^2 \quad (17)$$

代入式(15)则有:

$$V(k+1) - V(k) = - \left\| \mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q}^{1/2} - [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \mathbf{Q}^{-1/2} \right\|_2^2 + \mathbf{G}(k) \quad (18)$$

同时结合假设 2 及不等式(16)可推导得到如下不等式:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(k) &= \left\| \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \right\|_2^2 \cdot \left\| \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1/2} \right\|_2^2 \cdot \left\| \Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k) \right\|_2^2 \\ &\quad + \left\| \mathbf{P}^{1/2} \right\|_2^2 \cdot \left\| \Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k) \right\|_2^2 \\ &\leq \left( \left\| \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1/2} \right\|_2^2 + \left\| \mathbf{P}^{1/2} \right\|_2^2 \right) \cdot \left\| \bar{\mathbf{D}}_{\text{lon}} \right\|_2^2 \\ &\quad \cdot \left( \left\| \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\bar{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) \right\|_2 + \left\| \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)) \right\|_2 \right)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

上式证得  $\mathbf{G}(k)$  有界。

进一步结合恒成立不等式  $\| \mathbf{a} - \mathbf{b} \|_2 \geq \| \mathbf{a} \|_2 - \| \mathbf{b} \|_2$  (其中  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  为任意向量), 可知当满足条件  $\| \mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q}^{1/2} \|_2 > \| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \mathbf{Q}^{-1/2} \|_2 + (\mathbf{G}(k))^{1/2}$

$$(20)$$

存在:

$$\begin{aligned} V(k+1) - V(k) &\leq - \left\| \mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q}^{1/2} \right\|_2 + \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \mathbf{Q}^{-1/2} \right\|_2 \\ &\quad + \mathbf{G}(k) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

成立。故特殊地令  $\mathbf{Q}$  为单位阵时, 有:

$$\begin{aligned} \left\| \mathbf{e}^T(k) \right\|_2 &> \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \right\|_2 \\ &+ \left( \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_{\text{lon}}^e \right\|_2 + \left\| [\Delta \bar{\mathbf{w}}_{\text{lon}}(k)]^T \mathbf{P}^{1/2} \right\|_2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (22)$$

成立时, 有  $V_1(k+1) - V_1(k) \leq 0$ 。

即可知当估计误差  $\mathbf{e}(k)$  满足(22)时,  $\mathbf{e}(k)$  为单调递减, 必然存在  $\mathbf{e}(k) < \zeta$  成立, 其中  $\zeta$  为各分量皆为正的向量。上述结论表明所设计 ESO 估计误差  $\mathbf{e}(k)$  有界收敛。

通过上述 ESO 可知当前时刻系统状态估计  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)$  及扰动估计  $\hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}}(k)$  为已知。对扰动的常规

补偿方法为: 求解预测方程为  $\mathbf{x}_{\text{lon}}(k+1) = \mathbf{A}_{\text{lon}} \mathbf{x}_{\text{lon}}(k) + \mathbf{B}_{\text{lon}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(k)$  的优化问题并得到最优解  $\kappa(\mathbf{x}_{\text{lon}}(k))$ , 则得到补偿扰动后的最优解为  $\mathbf{u}_{\text{lon}}^*(k) = \kappa(\mathbf{x}_{\text{lon}}(k)) - \hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}}(k)$ 。但当扰动较大时, 此方法会导致控制输入达到饱和。为此, 本文在预测方程中引入扰动部分, 得到式(23)用于 MPC 滚动时域的离散方程。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{lon}}(1|k) &= \mathbf{A}_{\text{lon}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k) + \mathbf{B}_{\text{lon}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(0|k) \\ &\quad + \mathbf{D}_{\text{lon}} \hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}}(0|k) \end{aligned} \quad (23)$$

式中:  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k) = \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(k)$ ,  $\hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}}(0|k) = \hat{\mathbf{f}}_{\text{dlon}}(k)$ ,  $\mathbf{x}_{\text{lon}}(1|k)$  为  $k$  时刻对  $k+1$  时刻的预测状态,  $\mathbf{u}_{\text{lon}}(0|k)$  为  $k$  时刻的控制输入。且对离散式有  $\mathbf{A}_{\text{lon}} = \exp(\mathbf{A}_{\text{lonc}} \cdot T_s)$ ,  $\mathbf{B}_{\text{lon}} = \mathbf{A}_{\text{lonc}}^{-1} (\exp(\mathbf{A}_{\text{lonc}} \cdot T_s) - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B}_{\text{lonc}}$ ,  $\mathbf{D}_{\text{lon}} = \mathbf{A}_{\text{lonc}}^{-1} (\exp(\mathbf{A}_{\text{lonc}} \cdot T_s) - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{D}_{\text{lonc}}$ 。

当集总扰动没有快速越变且预测时域不太长时, 可以认为扰动在预测时域内变化率近似为 0。

此外, 为求解 MPC 优化问题得到无人机纵向通道的最优控制输入, 还需特别注意系统约束。为实时规避随机障碍, 其高度  $p_h$  存在非线性约束式(24)。

$$(p_h(k) - p_{ho}^s(k))^2 \geq (h_s)^2 \quad (24)$$

式中:  $p_{ho}^s$  为第  $s$  个随机障碍物的高度,  $h_s$  为安全规避高度差值。为使其满足后续二次规划 (quadratic programming, QP) 问题, 需对不等式(24)线性化处理: 将第  $s$  个随机障碍物中心与固定翼无人机中心进行连线, 取连线与障碍物球面的交点高度作为线性化点  $p_{ho}^{s*}$ 。在  $p_{ho}^{s*}$  处对  $f_{\text{lon}}(p_h) = (p_h(k) - p_{ho}^s)^2$  进行泰勒展开可以得到<sup>[26-27]</sup>:

$$\begin{aligned} f_{\text{lon}}(p_{ho}^{s*} + \Delta p_h) &= f_{\text{lon}}(p_{ho}^{s*}) + \left. \frac{\partial f_{\text{lon}}}{\partial (p_h)} \right|_{(p_{ho}^{s*})} (p_h - p_{ho}^{s*}) + f_{\text{lon}}^h \end{aligned} \quad (25)$$

式中:  $f_{\text{lon}}^h$  是泰勒展开后剩余的高阶无穷小项, 为简化符号在此处省略了时间符号“ $k$ ”, 且式中微分项为  $\partial f_{\text{lon}} / \partial (p_h) |_{(p_{ho}^{s*})} = 2(p_h - p_{ho}^{s*})$ 。最终可将高度避障约束构建为

$$\mathbf{E}_{\text{lon}}(k) \mathbf{x}_{\text{lon}}(k) \leq \mathbf{F}_{\text{lon}}(k) \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{E}_{\text{lon}}(k) = [\mathbf{0}_{1 \times 4} \quad -2(p_{ho}^{s*} - p_{ho}^s(k))]$ ,  $\mathbf{F}_{\text{lon}}(k) = -[(h_s)^2 + 2p_{ho}^{s*}(p_{ho}^{s*} - p_{ho}^s(k)) - (p_{ho}^{s*} - p_{ho}^s(k))^2]$ 。

对于各控制输入,亦存在约束  $\underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}} \leq \mathbf{u}_{\text{lon}}(k) \leq \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}$  及  $\Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}} \leq \Delta \mathbf{u}_{\text{lon}}(k) \leq \Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}$ , 其中  $\underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}, \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}, \Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}, \Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}$  分别为控制输入最小、最大值及控制增量最小、最大值。则令  $N_p$  为 MPC 预测时域,则针对系统式(7)可以构造以下约束优化问题  $\mathbf{P}_1$ 。

$\mathbf{P}_1$ :

$$\mathbf{u}_{\text{lon}}^*(k) = \operatorname{argmin} \sum_{i=0}^{N_p-1} S(\mathbf{x}_{\text{lon}}(i|k), \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k)) + T(\mathbf{x}_{\text{lon}}(N_p|k))$$

$$\text{s. t. } \mathbf{x}_{\text{lon}}(1|k) = \mathbf{A}_{\text{lon}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k) + \mathbf{B}_{\text{lon}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(0|k) + \mathbf{D}_{\text{lon}} \hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}(0|k)$$

$$\underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}} \leq \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k) \leq \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}$$

$$\Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}} \leq \Delta \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k) \leq \Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}$$

$$\mathbf{E}_{\text{lon}}(k+i) \mathbf{x}_{\text{lon}}(k+i) \leq \mathbf{F}_{\text{lon}}(k+i)$$

$$\forall i \in \mathbb{N}_{[0, N_p]}, \mathbf{x}_{\text{lon}}(i|k) \in \mathcal{X}, \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k) \in \mathcal{U}$$

(27)

式中:  $S(\mathbf{x}_{\text{lon}}(i|k), \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k)) = (\mathbf{x}_{\text{lon}}(i|k) - \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(i|k))^T \mathbf{Q}_{\text{lon}} (\mathbf{x}_{\text{lon}}(i|k) - \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(i|k)) + \mathbf{u}_{\text{lon}}^T(i|k) \mathbf{R}_{\text{lon}} \mathbf{u}_{\text{lon}}(i|k)$  ( $i = 0, 1, \dots, N_p - 1$ ) 为阶段代价函数,  $T(\mathbf{x}_{\text{lon}}(N_p|k)) = (\mathbf{x}_{\text{lon}}(N_p|k) - \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(N_p|k))^T \mathbf{P}_{\text{lon}} (\mathbf{x}_{\text{lon}}(N_p|k) - \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(N_p|k))$  为终端代价函数。  $\mathbf{Q}_{\text{lon}} = \mathbf{Q}_{\text{lon}}^T > 0$ ,  $\mathbf{R}_{\text{lon}} = \mathbf{R}_{\text{lon}}^T > 0$  及  $\mathbf{P}_{\text{lon}} = \mathbf{P}_{\text{lon}}^T > 0$  为系统的对角加权矩阵,  $\mathbf{x}_{\text{lon}}^r(i|k)$  为  $k$  时刻对后续  $k+i$  时刻的参考状态,  $\mathcal{X}$  及  $\mathcal{U}$  皆为包含原点在内的紧凑多面体集。

为提高对  $\mathbf{P}_1$  的优化效率,本文拟将其重构成紧凑的 QP 问题,并在此基础上借助拉格朗日乘子法得到考虑约束的 MPC 近似迭代解析解。

令  $\mathbf{U}_{\text{lon}}(k) = [\mathbf{u}_{\text{lon}}^T(0|k) \mathbf{u}_{\text{lon}}^T(1|k) \dots \mathbf{u}_{\text{lon}}^T(N_p - 1|k)]^T$  及  $\mathbf{X}_{\text{lon}}(k) = [\mathbf{x}_{\text{lon}}^T(1|k) \mathbf{x}_{\text{lon}}^T(2|k) \dots \mathbf{x}_{\text{lon}}^T(N_p|k)]^T$  分别作为  $N_p$  步预测输入及预测状态,则  $N_p$  步预测方程可推导为

$$\mathbf{X}_{\text{lon}}(k) = \Phi_{\text{lon}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k) + \Omega_{\text{lon}} \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) + \Theta_{\text{lon}} \hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}(0|k) \quad (28)$$

式中:

$$\Phi_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{lon}} \\ \mathbf{A}_{\text{lon}}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{\text{lon}}^{N_p} \end{bmatrix}, \Theta_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\text{lon}} \\ (\mathbf{A}_{\text{lon}} + \mathbf{I}_{n_x \times n_x}) \mathbf{D}_{\text{lon}} \\ \vdots \\ (\sum_{i=1}^{N_p-1} \mathbf{A}_{\text{lon}}^i + \mathbf{I}_{n_x \times n_x}) \mathbf{D}_{\text{lon}} \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{lon}} & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} \\ \mathbf{A} \mathbf{B}_{\text{lon}} & \mathbf{B}_{\text{lon}} & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0}_{n_x \times n_u} \\ \mathbf{A}_{\text{lon}}^{N_p-1} \mathbf{B}_{\text{lon}} & \mathbf{A}_{\text{lon}}^{N_p-2} \mathbf{B}_{\text{lon}} & \dots & \mathbf{B}_{\text{lon}} \end{bmatrix}$$

令  $\mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k) = [\mathbf{x}_{\text{lon}}^r(1|k) \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(2|k) \dots \mathbf{x}_{\text{lon}}^r(N_p|k)]^T$ ,  $\mathbf{W}_1 = \operatorname{diag}(\mathbf{Q}_{\text{lon}} \mathbf{Q}_{\text{lon}} \dots \mathbf{Q}_{\text{lon}} \mathbf{P}_{\text{lon}})$ ,  $\mathbf{W}_2 = \operatorname{diag}(\mathbf{R}_{\text{lon}} \mathbf{R}_{\text{lon}} \dots \mathbf{R}_{\text{lon}})$ , 代价函数可被重构为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^* &= \|\mathbf{X}_{\text{lon}}(k) - \mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k)\|_{\mathbf{W}_1}^2 + \|\mathbf{U}_{\text{lon}}(k)\|_{\mathbf{W}_2}^2 \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{U}_{\text{lon}}^T(k) \cdot \boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}(k) \cdot \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) \\ &\quad + \boldsymbol{\beta}_{\text{lon}}^T(k) \cdot \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) + \boldsymbol{\Xi}_{\text{lon}}(k) \end{aligned} \quad (29)$$

式中:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}(k) = 2(\Omega_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Omega_{\text{lon}} + \mathbf{W}_2)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{\text{lon}}(k) = [2\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}^T(0|k) \Phi_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Omega_{\text{lon}} + 2\hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}^T(0|k) \Theta_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Omega_{\text{lon}} - 2\mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k) \mathbf{W}_1 \Omega_{\text{lon}}]^T$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{\text{lon}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}^T(0|k) \Phi_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Phi_{\text{lon}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k)$$

$$+ 2\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}^T(0|k) \Phi_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Theta_{\text{lon}} \hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}(0|k)$$

$$- 2\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}^T(0|k) \Phi_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k)$$

$$+ \hat{\mathbf{f}}_d^T(0|k) \Theta_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \Theta_{\text{lon}} \hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}(0|k)$$

$$- 2\hat{\mathbf{f}}_{d\text{lon}}^T(0|k) \Theta_{\text{lon}}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k)$$

$$+ \mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k) \mathbf{W}_1 \mathbf{X}_{\text{lon}}^r(k)$$

且  $\boldsymbol{\Xi}_{\text{lon}}(k)$  在  $k$  时刻为一常值。

至此,综合考虑约束后,  $\mathbf{P}_1$  可被重构为新的 QP 问题  $\mathbf{P}_2$ 。

$\mathbf{P}_2$ :

$$\mathbf{U}_{\text{lon}}^*(k) = \operatorname{argmin} \mathbf{J}^* \quad (30)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{F}_{\text{lon}} \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) \leq \mathbf{R}_{\text{lon}}$$

其中重构后的约束为

$$\mathbf{F}_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\text{lon}}^*(k) \Omega_{\text{lon}} \\ \mathbf{I}_{(n_u \cdot N_p) \times (n_u \cdot N_p)} \\ -\mathbf{I}_{(n_u \cdot N_p) \times (n_u \cdot N_p)} \\ \mathbf{H}_{\text{lon}} \\ -\mathbf{H}_{\text{lon}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\text{lon}}^*(k) \\ \bar{\mathbf{U}}_{\text{lon}} \\ -\underline{\mathbf{U}}_{\text{lon}} \\ \Delta \bar{\mathbf{U}}_{\text{lon}} + \tilde{\mathbf{U}}_{\text{lon}}(k-1) \\ -(\Delta \underline{\mathbf{U}}_{\text{lon}} + \tilde{\mathbf{U}}_{\text{lon}}(k-1)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{\text{lon}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \cdots & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} \\ -\mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \cdots & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} \\ \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & -\mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \cdots & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \cdots & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} \end{bmatrix}$$

式中:  $\mathbf{E}_{\text{lon}}^*(k) = \text{diag}(\mathbf{E}_{\text{lon}}(k+1)\mathbf{E}_{\text{lon}}(k+2)\cdots\mathbf{E}_{\text{lon}}(k+N_p))$ ,  $\mathbf{G}^*(k) = \mathbf{F}_{\text{lon}}^*(k) - \mathbf{E}_{\text{lon}}^*(k)\boldsymbol{\Phi}_{\text{lon}}\hat{\mathbf{x}}_{\text{lon}}(0|k) - \mathbf{E}_{\text{lon}}^*(k)\boldsymbol{\Theta}_{\text{lon}}\hat{\mathbf{f}}_{\text{dlat}}(0|k)$ ,  $\mathbf{F}_{\text{lon}}^*(k) = [\mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}}(k+1)\mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}}(k+2)\cdots\mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}}(k+N_p)]^{\text{T}}$ ,  $\tilde{\mathbf{U}}_{\text{lon}}(k-1) = [\mathbf{u}_{\text{lon}}^{\text{T}}(k-1)\mathbf{0}_{3 \times 1}^{\text{T}}\cdots\mathbf{0}_{3 \times 1}^{\text{T}}]^{\text{T}}$  为临时向量, 另有  $\underline{\mathbf{U}}_{\text{lon}} = [\underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \quad \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \cdots \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ ,  $\bar{\mathbf{U}}_{\text{lon}} = [\bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \quad \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \cdots \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ ,  $\Delta \bar{\mathbf{U}}_{\text{lon}} = [\Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \quad \Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \cdots \Delta \bar{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$  及  $\Delta \underline{\mathbf{U}}_{\text{lon}} = [\Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \quad \Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}} \cdots \Delta \underline{\mathbf{u}}_{\text{lon}}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ .

对于  $\mathbf{P}_2$ , 在无约束条件下最小化  $\mathbf{J}^*$  可得到解析解  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k) = -(\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}^{-1}(k))^{\text{T}}\boldsymbol{\beta}_{\text{lon}}(k)$ 。但  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k)$  会在某些时刻违反约束, 为解决这一问题, 本文借助拉格朗日法构造新的代价函数:

$$\mathbf{J}^{\nabla}(k) = \mathbf{J}^*(k) + \sum_{n=1}^{\mu} \|\mathbf{F}_{\text{lon}}^n \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) - \mathbf{R}_{\text{lon}}^n\|_{\mathbf{S}_{\text{lon}}}^2 \quad (31)$$

式中:  $\mathbf{S}_{\text{lon}}$  为加权矩阵,  $\mathbf{F}_{\text{lon}}^n$  及  $\mathbf{R}_{\text{lon}}^n$  ( $n=1, 2, \dots, \mu$ ) 为  $\mathbf{P}_2$  中所违反约束对应的块矩阵,  $\mu$  为违反约束块的总个数, 例如当避障约束被违反时有  $\mathbf{F}_{\text{lon}}^1 = \mathbf{E}_{\text{lon}}^*(k)\boldsymbol{\Omega}_{\text{lon}}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{lon}}^1 = \mathbf{G}_{\text{lon}}^*(k)$ 。最小化  $\mathbf{J}^{\nabla}(k)$  可得约束条件下的近似解析解:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k) &= [\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}^{\text{T}}(k) + 2\mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}} \mathbf{S}_{\text{lon}} \mathbf{F}_{\text{lon}}^n]^{-1} \\ &\quad \cdot [2\mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}} \mathbf{S}_{\text{lon}} \mathbf{R}_{\text{lon}}^n - \boldsymbol{\beta}_{\text{lon}}(k)] \\ &= \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k) - (\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}^{-1}(k))^{\text{T}} \mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}} \mathbf{F}_{\text{lon}}^n (\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}^{-1}(k))^{\text{T}} \\ &\quad \times \mathbf{F}_{\text{lon}}^{\text{T}} + \mathbf{S}_{\text{lon}}^{-1}] [\mathbf{F}_{\text{lon}}^n \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k) - \mathbf{R}_{\text{lon}}^n] \quad (32) \end{aligned}$$

为充分考虑近似条件, 本文对  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}$  设定阈值

$$\mathbf{F}_{\text{lon}}^n \mathbf{U}_{\text{lon}}(k) - \mathbf{R}_{\text{lon}}^n \leq \boldsymbol{\omega}_{\text{lon}} \quad (33)$$

来判断其是否满足约束, 其中  $\boldsymbol{\omega}_{\text{lon}}$  为松弛向量。

至此可知: 在  $k$  时刻若  $\mathbf{F}_{\text{lon}}^n \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k) - \mathbf{R}_{\text{lon}}^n \leq \boldsymbol{\omega}_{\text{lon}}$  成立, 则  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k)$  为(近似)最优解; 若不成立, 则以式(32)求解  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k)$ 。若  $\mathbf{F}_{\text{lon}}^n \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k) - \mathbf{R}_{\text{lon}}^n \leq \boldsymbol{\omega}_{\text{lon}}$  成立, 则  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k)$  即为近似最优解, 若不然则令  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k) = \mathbf{U}_{\text{lon}}^{\dagger}(k)$  重新进入式(32)迭代, 直至所得  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^{\nabla}(k)$  满足阈值成为近似最优解。根据 MPC 的性质将近似最优解的第一个序列作为控制量作用于系统式(7)。

## 2.2 横向控制器设计

横向通道对应的线性系统为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\text{lat}}(k+1) = \mathbf{A}_{\text{lat}}\mathbf{x}_{\text{lat}}(k) + \mathbf{B}_{\text{lat}}\mathbf{u}_{\text{lat}}(k) + \mathbf{D}_{\text{lat}}\mathbf{f}_{\text{dlat}}(k) \\ \mathbf{y}_{\text{lat}}(k) = \mathbf{C}_{\text{lat}}\mathbf{x}_{\text{lat}}(k) \end{cases} \quad (34)$$

式中:  $\mathbf{x}_{\text{lat}} = [\beta \ \phi \ \psi \ p \ r \ p_y]^{\text{T}}$ ,  $\mathbf{u}_{\text{lat}} = [\delta_a \ \delta_r]^{\text{T}}$ ,  $\mathbf{f}_{\text{dlat}} = \mathbf{w}_{\text{lat}} + \mathbf{d}_{\text{lat}}$ ,  $\mathbf{w}_{\text{lat}} = [w_{\beta} \ w_p \ w_r]^{\text{T}} = \mathbf{G}_2(w_w, \mathbf{x}_{\text{lon}})$ ,  $\mathbf{d}_{\text{lat}} = [d_{\beta} \ d_p \ d_r]^{\text{T}}$ 。

由于横向控制器设计与纵向部分设计相同, 故不在此赘述, 仅给出必要表达式, 相关形式依照纵向通道即可得到。与纵向通道控制器类似, 首先设计横向通道 ESO 增益  $L_{\text{lat}}$  使其满足  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lat}}^e$  的第  $i$  个特征值  $\lambda_i$  满足  $|\lambda_i| < 1$ , 其中  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lat}}^e = \bar{\mathbf{A}}_{\text{lat}} - L_{\text{lat}}\bar{\mathbf{C}}_{\text{lat}}$ ,  $\bar{\mathbf{A}}_{\text{lat}}$  及  $\bar{\mathbf{C}}_{\text{lat}}$  为与拓展系统式(12)类似的横向 ESO 矩阵。通过此 ESO 可以得到横向通道的系统状态估计  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{lat}}$  与集总扰动估计  $\hat{\mathbf{f}}_{\text{dlat}}$ 。

对于横向通道中的避障问题, 主要考虑水平面内对位置  $p_x$  及  $p_y$  进行约束:

$$(p_x(k) - p_{x_0}^s(k))^2 + (p_y(k) - p_{y_0}^s(k))^2 \geq (r_s)^2 \quad (35)$$

式中:  $(p_{x_0}^s, p_{y_0}^s)$  为第  $s$  个随机障碍物的平面位置,  $r_s$  为安全规避半径。在横向平面, 基于实际系统式(34)取障碍物球面的侧向位置  $p_{y_0}^{s*}$  作为线性化点, 在  $(p_{y_0}^{s*}$  对  $f_{\text{lat}}(p_y) = (p_y(k) - p_{y_0}^s(k))^2$  进行泰勒展开可以得到:

$$f_{\text{lat}}(p_{y_0}^{s*} + \Delta p_y) = f_{\text{lat}}(p_{y_0}^{s*}) + \left. \frac{\partial f_{\text{lat}}}{\partial (p_y)} \right|_{(p_{y_0}^{s*})} (p_y - p_{y_0}^{s*}) + f_{\text{lat}}^h \quad (36)$$

式中:  $f_{\text{lat}}^h$  是泰勒展开后剩余的高阶无穷小项, 微分项为  $\partial f_{\text{lat}} / \partial (p_y) |_{(p_{y_0}^{s*})} = 2(p_y - p_{y_0}^{s*})$ 。于是, 对于侧向位置避障约束可构建为:  $\mathbf{E}_{\text{lat}}(k) \mathbf{x}_{\text{lat}}(k) \leq \mathbf{F}_{\text{lat}}(k)$ , 其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{lat}}(k) &= [\mathbf{0}_{1 \times 5} \quad -2(p_{y_0}^{s*} - p_{y_0}^s(k))] \\ \mathbf{F}_{\text{lat}}(k) &= -[(r_s)^2 + 2p_{y_0}^{s*}(p_{y_0}^{s*} - p_{y_0}^s(k)) \\ &\quad - (p_{y_0}^{s*} - p_{y_0}^s(k))^2] \end{aligned}$$

至此可以进一步得到与纵向通道具有一致形式的线性化约束  $\mathbf{F}_{\text{lat}} \mathbf{U}_{\text{lat}}(k) \leq \mathbf{R}_{\text{lat}}$ 。同样, 可知无约束解析解为  $\mathbf{U}_{\text{lon}}^+(k) = -(\boldsymbol{\alpha}_{\text{lon}}^{-1}(k))^T \boldsymbol{\beta}_{\text{lon}}(k)$ , 考虑约束阈值  $\mathbf{F}_{\text{lat}}^n \mathbf{U}_{\text{lat}}(k) - \mathbf{R}_{\text{lat}}^n \leq \boldsymbol{\omega}_{\text{lat}}$  的近似解析解为

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\text{lat}}^\nabla(k) &= \mathbf{U}_{\text{lat}}^+(k) - (\boldsymbol{\alpha}_{\text{lat}}^{-1}(k))^T \mathbf{F}_{\text{lat}}^{nT} \mathbf{F}_{\text{lat}}^n (\boldsymbol{\alpha}_{\text{lat}}^{-1}(k))^T \\ &\quad \times \mathbf{F}_{\text{lat}}^{nT} + \mathbf{S}_{\text{lat}}^{-1}] [\mathbf{F}_{\text{lat}}^n \mathbf{U}_{\text{lat}}^+(k) - \mathbf{R}_{\text{lat}}^n] \quad (37) \end{aligned}$$

### 3 数值仿真验证

#### 3.1 仿真环境

本小节使用 11 kg 级常规布局固定翼无人机数据对所设计控制器的有效性进行仿真分析, 所使用无人机配平条件为  $\alpha_{\text{trim}} = 8.3^\circ$ 、 $\gamma_{\text{trim}} = -3^\circ$  及  $V_{\text{atrim}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。所有仿真基于 AMD Ryzen 7 5800H CPU 3.2 GHz 及 16 GB RAM 的 Windows 11 环境下的 Matlab R2021a。

针对空中自动对接着陆任务, 本文设定: 固定翼无人机起始位置 (0 m, 40 m, 153 m)、初始空速  $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、偏航  $-5^\circ$ ; 飞行平台起始位置 (190.259 m, 0 m, 100 m)、巡航速度  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、巡航高度 100 m、偏航  $0^\circ$ ; 对接着陆过程经规划后有飞行路径

$$p_{yr}(t) = \begin{cases} 40 - 25 \sin(5^\circ)t & p_{yr} \geq 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$p_{hr}(t) = 150 + 25 \sin(-3^\circ)t$$

且期望飞行路径角  $\gamma_d = -3^\circ$ , 期望仰角  $\alpha_d = 8.3^\circ$ , 期望滚转角  $\phi_d = 0^\circ$ , 期望航向角在初始时为  $\chi_d = 5^\circ$  并在  $p_{yr} = 0$  时调整为  $\chi_d = 0^\circ$ 。

此外, 在仿真验证中, 设置外界风速为: 垂向风速  $w_w = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 侧向风速  $v_w = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; 同时伴随纵向通道高阶扰动  $\mathbf{d}_{\text{lon}} = 0.2 \times [1 + 1/80t - 1/60t^2 \quad 1 + 1/80t - 1/60t^2]^T$  及横向通道常值扰动  $\mathbf{d}_{\text{lat}} =$

$[0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]^T$  以模拟对接着陆过程遭遇的抵近乱流。此外, 为模拟真实环境在系统中加以随机噪声模拟传感器固有的量测噪声。

对于本文 MPC 控制器取采样频率  $T_s = 0.05 \text{ s}$ , 采样步长为  $N_p = 20$ , 加权矩阵  $\mathbf{Q}_{\text{lon}} = \text{diag}(1, 1000, 1, 1, 10)$ ,  $\mathbf{R}_{\text{lon}} = 10^{-3} \times \text{diag}(1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{P}_{\text{lon}} = \text{diag}(1, 1000, 1, 1, 10)$ ,  $\mathbf{Q}_{\text{lat}} = \text{diag}(10, 10, 10, 1, 1, 10)$ ,  $\mathbf{R}_{\text{lat}} = 10^{-3} \times \text{diag}(1, 1)$ ,  $\mathbf{P}_{\text{lat}} = \text{diag}(10, 10, 10, 1, 1, 10)$ , 快速迭代中涉及的加权矩阵  $\mathbf{S}_{\text{lon}} = 0.1 \times \mathbf{I}_{16 \times N_p}$ ,  $\mathbf{S}_{\text{lat}} = 0.1 \times \mathbf{I}_{8 \times N_p}$ 。

#### 3.2 仿真结果

首先在无随机障碍的场景下进行仿真, 图 2 显示了在本文算法 (以下简称“ourMPC”) 和无 ESO 估计算法 (以下简称“withoutESO”) 控制下的空中对接着陆三维示意图。由图中可以发现, 虽然二者都能跟踪指定轨迹, 但后者无法处理纵向通道不断增强的抵近乱流进而对整体轨迹跟踪形成较大偏差。

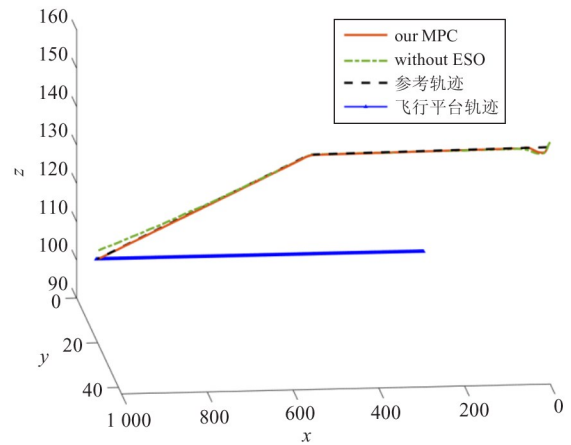


图 2 空中对接着陆三维示意

图 3(a) 分别给出了在各控制器作用下无人机横、纵向通道的轨迹跟踪效果及本文所设计 ESO 的估计值与实际值之间的关系; 图 3(b) 对两通道内的轨迹跟踪误差进行了具体呈现。由仿真结果可知, 尽管无 ESO 补偿时无人机因 MPC 自身滚动时域优化的特性在面对横向通道常值扰动时跟踪误差较小, 但当面对纵向通道变化扰动时无法取得较好效果, 在末段形成了超过 2 m 的跟踪误差; 而在本文所设计 ESO 的补偿作用下, 无人机对不断变化的集总扰动仍具有较好抑制作用。

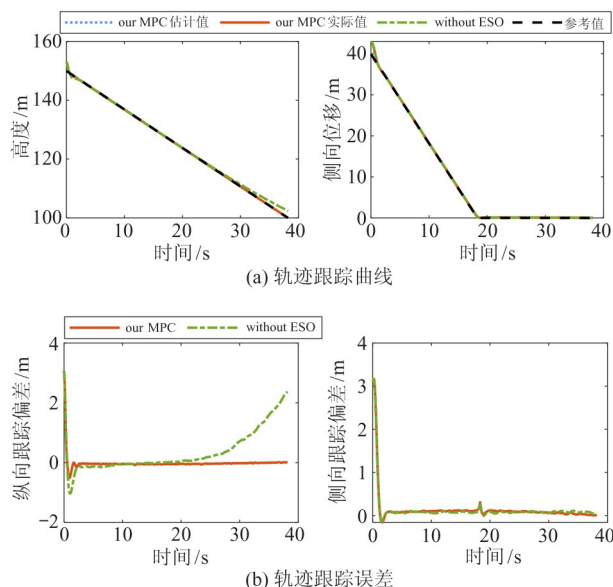


图3 纵向及横向跟踪效果对比

图4给出了固定翼无人机的空速、仰角及侧滑角的跟踪效果,结果显示在本文所提算法下无人机速度及气流角保持稳定,符合空中对接着陆的基本需求;而常规算法下,随着扰动不断变大,在速度和仰角上均会出现较大末段误差。从图4(c)中可见,在2种控制方法下侧滑角在16~20s内均会产生约 $8^\circ$ 的偏差,这源于无人机在侧向平面内的偏航角调整,是飞行中的正常情况。

除上述信息外,空中对接着陆过程对姿态角的精确跟踪是影响着陆的重要指标。图5给出了滚转角、俯仰角及偏航角的变化曲线,可以看出滚转角因偏航角切换进而在16~20s时存在 $6^\circ$ 左右偏差;俯仰角因纵向集总扰动缘故并未取得较好跟踪效果,但在本文算法下可以稳定保持,较无ESO补偿算法而言具有一定优势。

图6给出了固定翼无人机实际控制量的变化曲线,由于本文所设计ESO对集总扰动的估计补偿作用,在此控制下控制量变化较为频繁,但符合无人机系统执行机构各项约束。

为验证本文算法的快速性,与常规MPC求解时所采用的序列二次规划(sequential quadratic programming, SQP)算法进行对比,2种算法下求解约束优化问题 $P_2$ 的单步运行时间对比如图7所示。可以看出,在本文快速MPC算法下,单步运行时间在

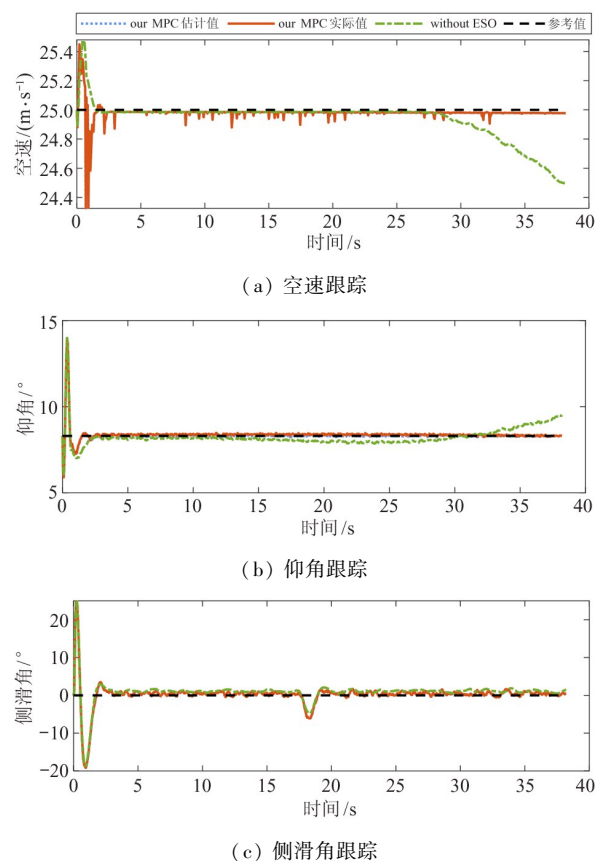


图4 速度、仰角、侧滑角变化曲线

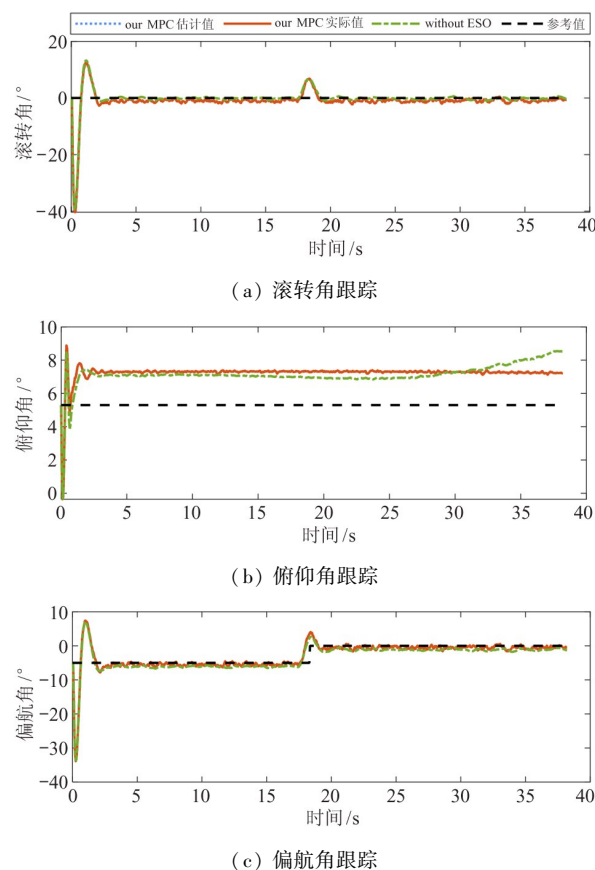


图5 姿态欧拉角的变化曲线

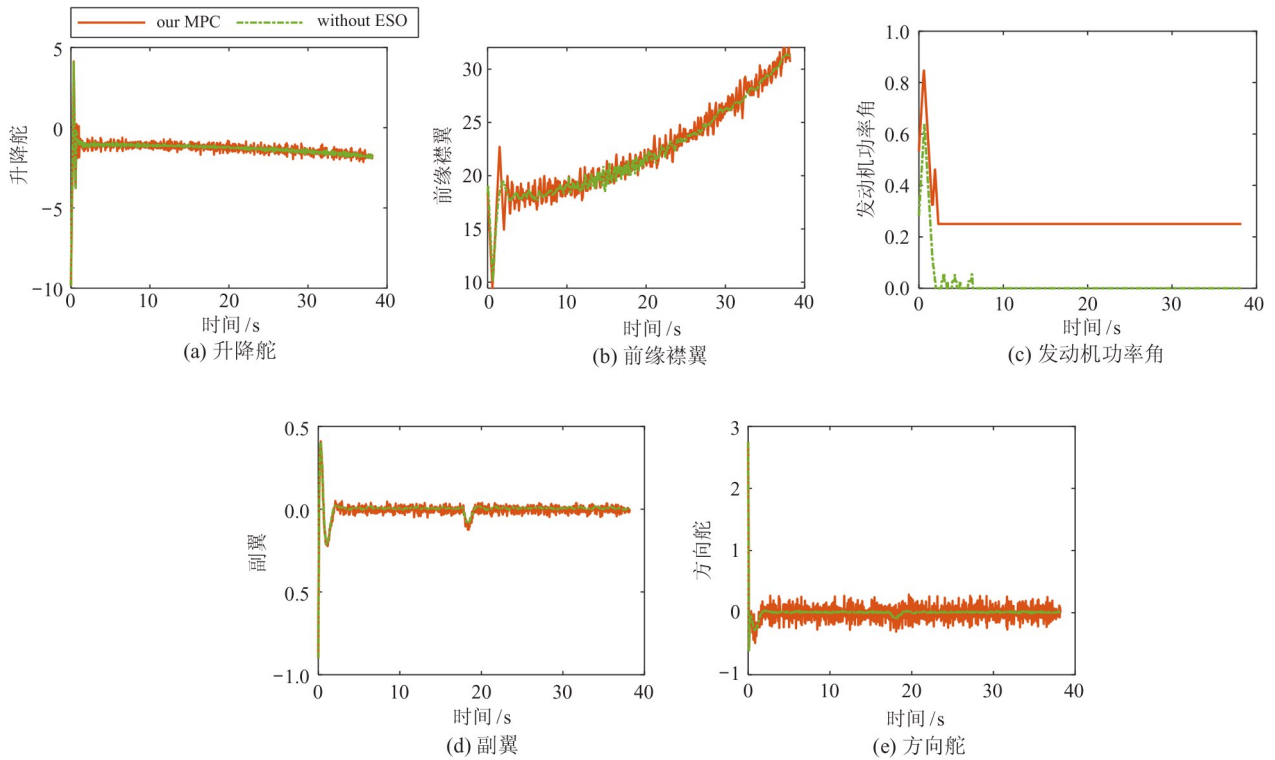


图 6 控制量变化曲线

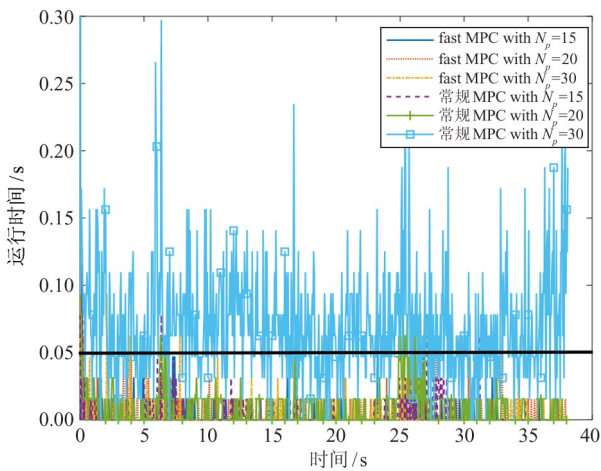


图 7 优化问题求解时间

预测步长取 15、20、30 时均小于采样时间 0.05 s，而在常规 SQP 算法下，预测步长取 30 时的单步运行时间远大于 0.05 s，显然不符合实时性需求。此外，多次实验后得到的平均单步运行时间如表 1 所示。

表 1 单步运行时间对比

	$N_p = 15$	$N_p = 20$	$N_p = 30$
本文求解	0.008 7	0.011 1	0.017 1
常规求解	0.016 0	0.025 2	0.086 5

为验证本文算法在特殊情景时的可靠性，本文对存在随机障碍物的环境下也进行了仿真验证：为保证飞行平稳，将约束考虑在横向通道进行横向避障，纵向依旧保持期望高度飞行。在本文算法控制下其三维对接示意及轨迹跟踪误差如图 8~9 所示，结果显示本文算法能够较好地进行实时避障完成空中对接着陆流程。

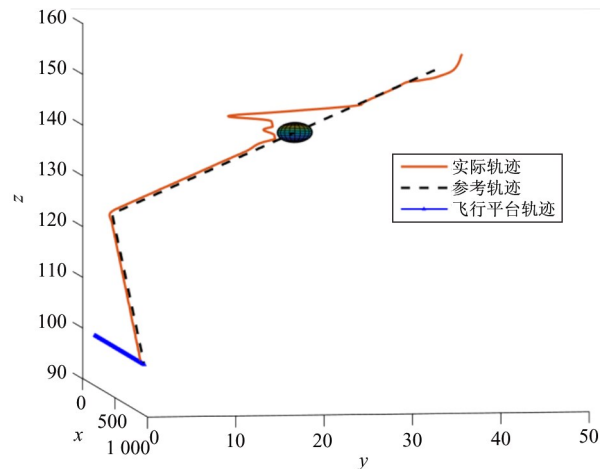


图 8 随机障碍环境下三维轨迹

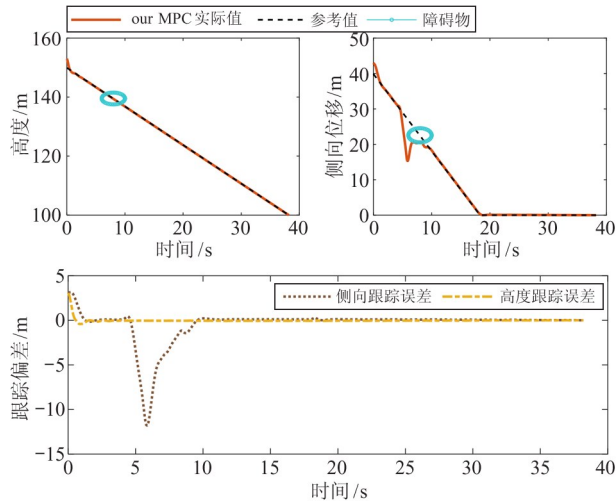


图9 随机障碍环境下轨迹跟踪

## 4 结论

针对存在复杂集总扰动及避障约束的固定翼无人机空中小区域精准对接着陆问题,研究了一种基于扰动估计的快速 MPC 算法。首先面向着陆过程特定扰动形式设计了 ESO 处理系统状态及扰动。然后基于 MPC 滚动时域优化设计横、纵向通道控制律,同时借助拉格朗日法在系统整体约束下获取近似最优解以提高控制器实时性能。最后,通过不同环境下的数值仿真验证了所设计的自动空中着陆控制器的有效性。

本文对固定翼无人机空中着陆的导航部分并未具体展开,后续将综合考虑飞行平台出现波动情景下的无人机实时导航律,进一步细化固定翼无人机与飞行平台之间的协同控制问题。

### 参考文献

- [ 1 ] KATIE J, JOEL E F, JEDIAH R C, et al. Trustworthy UAV relationships: applying the schema action world taxonomy to UAVs and UAV swarm operations[J]. International Journal of Human-Computer Interaction, 2022,10: 1-17.
- [ 2 ] MACROS F, SANTOS R, ALEXANDRES B, et al. Landing a UAV on static or moving platforms using a formation controller[J]. IEEE Systems Journal, 2021, 15(1):37-45.
- [ 3 ] XUE K, WU T Y. Distributed consensus of USVs under heterogeneous UAV-USV multi-agent systems cooperative control scheme[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2021,9:1314.
- [ 4 ] HUANG D P, LI H Y, LI X. Formation of generic UAVs-USVs system under distributed model predictive control scheme[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems- II: Express Briefs, 2020,67(12):3123-3127.
- [ 5 ] WANG L, JIANG X Q, WANG D, et al. Research on aerial autonomous docking and landing technology of dual multi-rotor UAV[J]. Sensors, 2022,22:9066.
- [ 6 ] ZHANG D B, WANG X. Autonomous landing control of fixed-wing UAVs: from theory to field experiment[J]. Journal of Intelligent Robot System, 2017,88:619-634.
- [ 7 ] 吴佳凯,马晓平,孙林峰. 无人机绳钩回收系统参数设计[J]. 航空计算机技术, 2012,3:14-21.
- [ 8 ] 李俊. 无人机伞降回收系统的设计与发展方向[C]//第九届航空航天科技创新与长三角经济转型发展论坛论文集. 南京:江苏省航空航天学会, 2012:194-198.
- [ 9 ] 王瑞庭. 一种辅助固定翼无人机起降的四旋翼飞行平台系统设计[D]. 南京:南京航空航天大学, 2020.
- [ 10 ] 于森. 固定翼无人机与四旋翼无人机对接装置及航迹规划设计[D]. 南京:南京航空航天大学, 2020.
- [ 11 ] 龚帮民,艾剑良. 一种固定翼无人机空中着陆系统: ZL114771835[P]. 2022-07-22.
- [ 12 ] 苏子康,徐忠楠,李春涛,等. 伸缩套臂式无人机空基回收建模与对接控制[J]. 航空学报, 2023, 44(1): 326315-326315.
- [ 13 ] MUSKARDIN T, BLAMER G, PERSSON L, et al. A novel landing system to increase payload capacity and operational availability of high altitude long endurance USVs[J]. Journal of Robot System, 2017,88:597-618.
- [ 14 ] MUSKARDIN T, BLAMER G, WLACH S, et al. Landing of a fixed-wing UAV on a mobile ground vehicle[C]//2016 IEEE International Conference on Robots and Automation. Stockholm, Sweden: IEEE, 2016:1237-1242.
- [ 15 ] ZHEN Z Y, YU C J, JIANG S Y, et al. Adaptive super-twisting control for automatic carrier landing of Aircraft[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020,56(2):984-997.
- [ 16 ] ZHEN Z Y, PENG M, XUE Y, et al. Robust preview control and autoregressive prediction for aircraft automatic carrier landing [J]. IEEE Access, 2019, 7: 181273-181283.
- [ 17 ] GUAN Z Y, LIU H, ZHENG Z W, et al. Fixed-time con-

- ontrol for automatic carrier landing with disturbance [J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 108:106403.
- [18] DUAN H B, YUAN Y, ZENG Z G. Automatic carrier landing system with fixed-time control [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(4):3586-3600.
- [19] GUAN Z Y, MA Y P, ZHENG Z W. Moving path following with prescribed performance and its application on automatic carrier landing [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(4):2576-2590.
- [20] BHATIA A K, JIANG J, ZHEN Z Y, et al. Robust adaptive preview control design for autonomous carrier landing of F/A-18 aircraft [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2021, 93(4):642-650.
- [21] 胡伟, 万文章, 陈谋. 基于神经网络和干扰观测器的 UAV 自动着舰控制 [J]. 航空学报, 2022, 43(S1):726963.
- [22] RICHALET J. Model predictive heuristic control: application to industrial process [J]. Automatica, 1978, 14:413-428.
- [23] CHAKRABORTY A, SEILER P, BALAS G J. Susceptibility of F/A-18 flight controllers to the falling-leaf mode: nonlinear analysis [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2011, 34(1):73-85.
- [24] CHAKRABORTY A, SEILER P, BALAS G J. Susceptibility of F/A-18 flight controllers to the falling-leaf mode: linear analysis [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2011, 34(1):57-72.
- [25] YANG H L, DENG F, HE Y, et al. Robust nonlinear model predictive control for reference tracking of dynamic positioning ships based on nonlinear disturbance observer [J]. Ocean Engineering, 2020, 215:107885.
- [26] RAVIKUMAR L, PHILIP N K, PADHI R, et al. Autonomous terminal maneuver of spacecrafts for rendezvous using model predictive control [C] // 2016 Indian Control Conference. Hyderabad, India: IEEE, 2016:72-78.
- [27] LI Q, YUAN J P, ZHANG B, GAO C. Model predictive control for autonomous rendezvous and docking with a tumbling target [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 69:700-711.

## Fast MPC based disturbance rejection control for aerial landing of a fixed-wing UAV

ZHANG Xiaotian<sup>\*</sup>, LIAO Fei<sup>\*\*</sup>, HE Defeng<sup>\*</sup>

(<sup>\*</sup> College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

(<sup>\*\*</sup> Aerospace Technology Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000)

### Abstract

A novel disturbance rejection control method based on fast model predictive control (MPC) is proposed to solve the aerial approaching control problem of a fixed-wing unmanned aerial vehicle (UAV) landing at a ship borne flight platform. By combination of the dynamics of the fixed-wing UAV, the external wind disturbance and the approaching turbulence disturbance are accurately modeled in the airflow coordinates. Then the extended state observer (ESO) is designed to estimate the system state and the specific lumped disturbance during the approaching phase of aerial landing, and the effective compensation of the disturbance is implemented as well. Furthermore, the longitudinal and lateral decoupling dynamics models of a fixed wing UAV are applied to formulate the aerial landing control problem as a finite horizon optimal control problem subject to constraints. In the problem, the linearized constraints for nearby random obstacles are constructed. By using the Lagrange method and receding horizon optimization principle, the approximate analytical solution to the constrained MPC problem is obtained. Finally, the numerical comparison and simulation experiments verify that the proposed decoupled disturbance rejection control method has elegant disturbance rejection performance and real time performance, which well meets the requirements of automatic aerial landing.

**Key words:** fixed-wing unmanned aerial vehicle (UAV), aerial landing control, model predictive control (MPC), extended state observer (ESO), decoupling control

## 附录 I

第 I 节涉及的矩阵  $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{S}(\omega_b)$ 、 $\mathbf{f}_\sigma(\sigma_b)$  具体形式如下:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_\sigma = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi\sec\theta & \cos\phi\sec\theta \end{bmatrix}$$

此外相关非线性函数  $I_{V_a}$ 、 $I_\alpha$ 、 $I_\beta$  为

$$I_{V_a} = -(D_f \cos\beta - Y_f \sin\beta)/m + g(\cos\phi \cos\theta \sin\alpha \cos\beta + \sin\phi \cos\theta \sin\beta - \sin\theta \cos\alpha \cos\beta) + T \cos\alpha \cos\beta / m \quad (\text{A1})$$

$$I_\alpha = -L_f / (m V_a \cos\beta) + q - \tan\beta(p \cos\alpha + r \sin\alpha) + g(\cos\phi \cos\theta \cos\alpha + \sin\alpha \sin\theta) / (V_a \cos\beta) - T \sin\alpha / (m V_a \cos\beta) + f_\alpha \quad (\text{A2})$$

$$I_\beta = (Y_f \cos\beta + D_f \sin\beta) / (m V_a) + p \sin\alpha - r \cos\alpha + g \cos\beta \sin\phi \cos\theta / V_a + \sin\beta \left( \frac{g \cos\alpha \sin\theta + T \cos\alpha / m}{V_a} + f_\beta \right) \quad (\text{A3})$$

式中:  $m$  为机体质量,  $g$  为重力加速度。另有三轴合外力  $\boldsymbol{\zeta}$  及合外力矩  $\boldsymbol{\xi}$  具体表达式如下:

$$L_f = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \begin{bmatrix} C_{L_f}^0 + C_{L_f}^\alpha \alpha + C_{L_f}^q \frac{c}{2V_a} q + \\ C_{L_f}^{\delta_H} \delta_H + C_{L_f}^{\delta_{LEF}} \delta_{LEF} \end{bmatrix} \quad (\text{A4})$$

$$D_f = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \begin{bmatrix} C_{D_f}^0 + C_{D_f}^\alpha \alpha + C_{D_f}^q \frac{c}{2V_a} q + \\ C_{D_f}^{\delta_H} \delta_H + C_{D_f}^{\delta_{LEF}} \delta_{LEF} \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

$$Y_f = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \begin{bmatrix} C_{Y_f}^0 + C_{Y_f}^\beta \beta + C_{Y_f}^p \frac{b}{2V_a} p + \\ C_{Y_f}^r \frac{b}{2V_a} r + C_{Y_f}^{\delta_a} \delta_a + C_{Y_f}^{\delta_r} \delta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A6})$$

$$L_m = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b \begin{bmatrix} C_{L_m}^0 + C_{L_m}^\beta \beta + C_{L_m}^p \frac{b}{2V} p + \\ C_{L_m}^r \frac{b}{2V} r + C_{L_m}^{\delta_a} \delta_a + C_{L_m}^{\delta_r} \delta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A7})$$

$$M_m = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S c \begin{bmatrix} C_{M_m}^0 + C_{M_m}^\alpha \alpha + C_{M_m}^q \frac{c}{2V_a} q + \\ C_{M_m}^{\delta_H} \delta_H + C_{M_m}^{\delta_{LEF}} \delta_{LEF} \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

$$N_m = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b \begin{bmatrix} C_{N_m}^0 + C_{N_m}^\beta \beta + C_{N_m}^p \frac{b}{2V} p + \\ C_{N_m}^r \frac{b}{2V} r + C_{N_m}^{\delta_a} \delta_a + C_{N_m}^{\delta_r} \delta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

$$T = \delta_p T_{\max} \quad (\text{A10})$$

式中:  $C_k^i$  为与各项气动参数 ( $k = L_f, D_f, Y_f, L_m, M_m, N_m, s = 0, \alpha, \beta, p, q, r, \delta_H, \delta_{LEF}, \delta_p, \delta_a, \delta_r$ ),  $T_{\max}$  为发动机最大推力。