

基于扰动观测器的四旋翼飞行器预定义时间姿态跟踪控制<sup>①</sup>张智皓<sup>②</sup> 谢树宗 陈 强<sup>③</sup>

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

**摘 要** 针对含有外部扰动的四旋翼飞行器姿态系统,提出了一种基于扰动观测器的预定义时间姿态跟踪控制方案。首先,构造了一个新颖的预定义时间扰动观测器用以估计和补偿外部扰动,进而提高系统的抗扰性能和稳态精度。在此基础上,设计了双环预定义时间控制器。与现有的预定义控制方案相比,所提方案将二阶系统拆分为 2 个一阶系统,避免了控制器设计过程中产生的奇异性问题;并利用预定义时间扰动观测器补偿内环,保证了四旋翼飞行器姿态在预定义时间内收敛。最后,通过对比实验验证了算法的有效性和优越性。

**关键词** 扰动观测器; 预定义时间控制; 四旋翼飞行器; 姿态跟踪

四旋翼飞行器具有良好的稳定性和实用性,在物流、运输等各个领域发挥着不可替代的作用<sup>[1-3]</sup>。由于四旋翼飞行器是一个非线性、强耦合和欠驱动系统,并受到外部不确定扰动的影响,其姿态跟踪控制一直是一个挑战。在特殊应用中,为保证四旋翼飞行器的机动性,对其控制性能要求也更高。因此,学者提出了许多有效的控制算法,比如比例-积分-微分(proportional integral derivative, PID)控制、滑模控制、反步控制、自抗扰控制等<sup>[4-9]</sup>。然而,以上方案只能保证跟踪误差渐近收敛。

为了加快收敛速度,文献[10-13]提出了有限时间收敛控制方案,并被证明可以有效地提高四旋翼飞行器的鲁棒性和收敛速度。然而,在有限时间控制中,系统初始条件对收敛时间上界有较大的影响。如果系统初始值较大,则系统可能无法在有限时间内收敛。为了解决这一困难,研究人员引入了固定时间控制<sup>[14-15]</sup>,其收敛时间上界将不受系统初始条件影响。然而,在固定时间控制中,其系统参数会影响收敛时间上界。当系统参数过于复杂时,很难得到精确的时间上界。

为了解决上述问题,近年来引入了预定义时间控制的概念<sup>[16]</sup>,可以通过调整预定义时间参数来预先确定收敛时间上界。文献[16]提出并证明了一种新型的预定义时间稳定性分析引理。目前关于预定义时间控制已有一些相关工作<sup>[17-20]</sup>,但是其在四旋翼飞行器上的应用较少。文献[18]基于指令滤波反步法提出了预定义时间自适应姿态跟踪控制。文献[19]提出了滑模预定义时间控制用于四旋翼飞行器集群控制。

此外,在四旋翼飞行器实际飞行过程中,外界干扰是不可避免的。为了提高系统的抗扰性能,基于观测器<sup>[21-22]</sup>的控制方法得到了广泛关注。目前,也有一些工作将有限时间控制、固定时间控制和扰动观测器相结合<sup>[23-25]</sup>。文献[26]基于扰动观测器研究预定义时间滑模控制器。然而,该方法仅仅实现了半全局稳定,其扰动估计误差为渐近收敛。此外,采用连续分段函数处理奇异性问题,增加了分析的复杂性。根据现有的知识,基于扰动观测器的四旋翼飞行器姿态跟踪控制器的设计仍然被认为是一项具有挑战性的任务。

① 国家自然科学基金(62222315, 61973274, 62203384)和浙江省自然科学基金(LZ22F030007)资助项目。

② 男,1999年生,硕士生;研究方向:自适应与学习控制及其应用。

③ 通信作者,E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn。

(收稿日期:2024-04-09)

基于上述讨论,本文提出了一种基于扰动观测器的预定义时间双环结构控制方案来解决四旋翼飞行器的姿态跟踪问题。主要贡献总结为如下几点。

(1)与现有的有限时间扰动观测器<sup>[23]</sup>和固定时间扰动观测器<sup>[24-25]</sup>相比,提出了一种预定义时间扰动观测器,可以在预先设置的时间内估计和补偿四旋翼飞行器所受到的外部扰动,实现了扰动补偿的快速性。与文献[26]相比,本文提出的预定义时间扰动观测器方案可以实现干扰估计误差在预定义时间内收敛。

(2)与现有的预定义时间控制方案<sup>[17-20]</sup>不同,基于四旋翼飞行器角速度信息可知情况,设计双环结构的控制器,将系统拆分成2个一阶系统,有效解决传统预定义时间控制方法中的奇异性问题,使得证明分析更加简洁明了。

(3)为了验证所提方案的有效性,本文在三自由度平台上进行了一系列实验。实验结果证明了该方案与其他控制方案相比的优越性。

本文定义以下将用到的符号:对任意正数 $\alpha$ 和 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}$ ,都有 $\text{sig}^\alpha(\mathbf{q})$ 被定义为 $|\mathbf{q}|^\alpha \text{sign}(\mathbf{q})$ , $\frac{d \text{sig}^\alpha(\mathbf{q})}{d\mathbf{q}}$ 被定义为 $\alpha|\mathbf{q}|^{\alpha-1}$ 。且有向量 $\text{sig}^\alpha(\mathbf{q}) = [\text{sig}^\alpha(q_1), \text{sig}^\alpha(q_2), \dots, \text{sig}^\alpha(q_n)]^T$ , $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ ,其中 $T$ 表示矩阵的转置 $\in \mathbb{R}$ 。

## 1 问题描述

### 1.1 系统描述

四旋翼飞行器结构图如图1所示。它的飞行原理是4个马达分别驱动4个螺旋桨,通过给4个电机输入不同的正电压,改变电机推力( $F_r, F_f, F_b, F_l$ )从而调节四旋翼飞行器姿态。一般情况下,改变 $F_b$ 和 $F_f$ 会引起四旋翼飞行器俯仰角改变,而改变 $F_l$ 和 $F_r$ 将导致四旋翼飞行器的横滚角改变。此外,由螺旋桨旋转产生的力矩 $\tau_r, \tau_f, \tau_l, \tau_b$ 的总和会导致四旋翼飞行器偏航角发生改变。四旋翼飞行器姿态动力方程如下所示。

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{v} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{v}} = -\mathbf{v} \times \mathbf{J}\mathbf{v} + \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_d \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\theta} = [\phi, \theta, \psi]^T$ ,其中 $\phi, \theta$ 和 $\psi$ 表示四旋翼飞

行器在地面坐标系下的滚转、俯仰和偏航3个姿态角; $\mathbf{v} = [p, q, r]^T$ ,其中 $p, q$ 和 $r$ 表示四旋翼飞行器在机体坐标系下的3个姿态角速度; $\mathbf{J}$ 是惯性矩阵; $\boldsymbol{\tau} = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T$ 是控制力矩; $\boldsymbol{\tau}_d = [\tau_{d1}, \tau_{d2}, \tau_{d3}]^T$ 表示连续有界的外部扰动; $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta})$ 是雅可比矩阵,其定义为

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

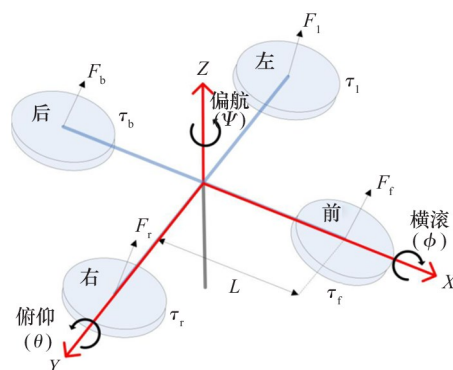


图1 四旋翼飞行器结构图

### 1.2 预备知识

在控制器设计之前,给出以下假设和引理。

**假设1**<sup>[24]</sup> 四旋翼飞行器姿态角的旋转边界,横滚角满足 $|\phi| < \pi/2$ ,俯仰角满足 $|\theta| < \pi/2$ ,偏航角满足 $|\psi| < \pi$ 。

**假设2**<sup>[23]</sup> 在系统式(2)中,假设扰动 $d$ 和一阶导数 $\dot{d}$ 是有界的,并且满足 $\|d\| \leq \epsilon_1, \|\dot{d}\| \leq \epsilon_2$ ,其中 $\epsilon_1$ 满足 $\epsilon_1 > 0$ 是一个已知常数, $\epsilon_2$ 满足 $\epsilon_2 > 0$ 是一个未知常数, $\|\cdot\|$ 表示二范数。

考虑到实际飞行的四旋翼飞行器的稳定性和安全性,在飞行过程中不存在过大的倾斜,假设1是合理的。通常情况下,四旋翼飞行器在飞行过程中受到的外部扰动能量是有限的,包括风扰动、摩擦和横波扰动等因素,因此假设2是合理的。

**引理1**<sup>[16]</sup> 考虑一个不确定的动态系统

$$\dot{x} = f(t, x, d) \quad (4)$$

式中: $x \in \mathbb{R}$ 为状态变量; $t$ 为时间变量; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是一个非线性函数,并且满足 $f(0) = 0, d \in \mathbb{R}$ 是外部扰动。设计一个正定且连续函数 $V(x)$ 满足:

$$\dot{V} \leq -\frac{\pi}{lT}(V^{1-\frac{1}{2}} + V^{1+\frac{1}{2}}) \quad (5)$$

其中:  $V$  表示正定且连续的李雅普诺夫函数, 是  $V(x)$  的简写;  $\dot{V}$  是  $V$  的一阶导数;  $T > 0$  是一个预定义时间常数;  $l$  为正常数且满足  $0 < l < 1$ , 则  $\dot{x} = f(t, x, d)$  的轨迹是预定义时间稳定的, 且收敛时间最小上界为  $T$ 。

**引理 2**<sup>[20]</sup> 根据系统式(4), 设计一个正定且连续函数  $V(x)$  满足

$$\dot{V} \leq -\frac{\pi}{lT}(V^{1-\frac{l}{2}} + V^{1+\frac{l}{2}}) + \varepsilon \quad (6)$$

式中:  $\varepsilon$  表示正常数且满足  $0 < \varepsilon < \infty$ 。则  $\dot{x} = f(t, x, d)$  的轨迹是预定义时间稳定的, 其收敛边界为

$$\left\{ \lim_{t \rightarrow T'} \left| V \leq \min \left\{ \left( \frac{2lT\varepsilon}{l} \right)^{\frac{2}{2-l}}, \left( \frac{2lT\varepsilon}{\pi} \right)^{\frac{2}{2+l}} \right\} \right. \right\} \quad (7)$$

式中:  $T'$  为收敛时间最小上界, 并满足  $T' < \sqrt{2}T$ 。

**引理 3**<sup>[23]</sup> 给出正数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 存在一个正常数  $O$ , 则可以建立如下不等式。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i^O \geq n^{1-O} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^O, & O > 1 \\ \sum_{i=1}^n x_i^O \geq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^O, & 0 < O < 1 \end{cases} \quad (8)$$

## 2 控制器设计

本节介绍了一个预定义时间干扰观测器, 用于估计和抵消外部干扰。此外, 针对四旋翼飞行器的姿态跟踪问题, 提出了双环结构的预定义时间控制器, 并对系统进行了全面的稳定性分析。

### 2.1 扰动观测器设计

为了提高四旋翼飞行器的抗扰性能, 设计了一个预定义时间扰动观测器。动力学方程式(2)可以改写为

$$\dot{\mathbf{v}} = -\underbrace{\mathbf{J}^{-1}\mathbf{v} \times \mathbf{J}\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} + \underbrace{\mathbf{J}^{-1}\boldsymbol{\tau}}_{\mathbf{bu}} + \underbrace{\mathbf{J}^{-1}\boldsymbol{\tau}_d}_{\mathbf{d}} \quad (9)$$

定义一个误差方程  $\mathbf{e} = \mathbf{v} - \boldsymbol{\eta}$  和一个辅助方程  $\boldsymbol{\eta}$ , 并满足

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{f} + \mathbf{bu} + \hat{\mathbf{d}} + \frac{\pi}{\gamma_1 T_{cl}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_1}(\mathbf{e}) + \\ &\quad \frac{\pi}{\gamma_1 T_{cl}} 3^{\frac{\gamma_1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1+\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_1}(\mathbf{e}) + \boldsymbol{\omega} \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $\hat{\mathbf{d}}$  是对实际扰动  $\mathbf{d}$  的估计值,  $T_{cl}$  为预定义时间常数且满足  $T_{cl} > 0$ ,  $\gamma_1$  是正常数且满足  $0 < \gamma_1 < 1$ ,  $\boldsymbol{\omega} = \lambda_1 \text{sign}(\mathbf{e})$ 。增益  $\lambda_1$  满足  $\lambda_1 \geq \|\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}\|$ 。

根据式(9)和(10)可得误差方程的一阶导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \tilde{\mathbf{d}} - \frac{\pi}{\gamma_1 T_{cl}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_1}(\mathbf{e}) - \\ &\quad \frac{\pi}{\gamma_1 T_{cl}} 3^{\frac{\gamma_1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1+\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_1}(\mathbf{e}) - \lambda_1 \text{sign}(\mathbf{e}) \end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}$  表示扰动估计误差。

设计预定义时间扰动观测器为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{z} + \lambda_2 \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{z}} = \lambda_2(-\mathbf{f} - \mathbf{bu} - \hat{\mathbf{d}}) + \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\gamma_2}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_2}(\boldsymbol{\omega}) \\ + \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} 3^{\frac{\gamma_2}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_2}(\boldsymbol{\omega}) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $T_{c2}$  为预定义时间常数且满足  $T_{c2} > 0$ ,  $\lambda_2$  为观测器增益并满足  $\lambda_2 > 0$ ,  $\gamma_2$  是正常数且满足  $0 < \gamma_2 < 1$ ,  $\mathbf{z}$  为观测器的辅助函数。

根据式(12)可以推断出

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{d}}} &= -\lambda_2 \tilde{\mathbf{d}} - \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\gamma_2}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_2}(\boldsymbol{\omega}) - \\ &\quad \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} 3^{\frac{\gamma_2}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_2}(\boldsymbol{\omega}) + \dot{\mathbf{d}} \end{aligned} \quad (13)$$

**定理 1** 根据式(9), 构造辅助方程(10)和预定义时间扰动观测器(12), 使得扰动估计误差  $\tilde{\mathbf{d}}$  可以在预定义时间  $T_1$  内收敛, 其收敛时间最小上界满足

$$T_1 < T_{cl} + T'_{c2} \quad (14)$$

式中:  $T'_{c2}$  满足  $T'_{c2} < \sqrt{2}T_{c2}$ 。

**证明** 证明过程将分为 2 个步骤。

**步骤 1:** 证明  $\mathbf{e}$  可以预定义时间内收敛到  $\mathbf{e} = 0$ 。

选取李雅普诺夫函数  $V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e}$ 。

对  $V_1$  求导得到:

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{e}^T \frac{\pi}{\gamma_1 T_{cl}} \left( \frac{1}{2} \right)^{1-\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_1}(\mathbf{e}) -$$

$$\begin{aligned} & e^T \frac{\pi}{\gamma_1 T_{c1}} 3^{\frac{\gamma_1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_1}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_1}(e) + \\ & e^T [-\lambda_1 \text{sign}(e) + \tilde{d}] \end{aligned} \quad (15)$$

对式(15)进行放缩得到:

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\pi}{\gamma_1 T_{c1}} V_1^{1+\frac{\gamma_1}{2}} - \frac{\pi}{\gamma_1 T_{c1}} V_1^{1+\frac{\gamma_1}{2}} \quad (16)$$

根据引理1,误差方程  $e$  可以在预定义时间  $T_{c1}$  内收敛到0。因此,对于任意得  $T > T_{c1}$  可以得到  $e = \dot{e} = 0$ <sup>[9,24]</sup>。根据等效控制原理<sup>[22,24]</sup>,在  $T > T_{c1}$  时,  $\tilde{d}$  可以等效为非连续部分  $(\tilde{d})_{eq} = \varpi = \lambda_1 \text{sign}(e)$ 。

**步骤2:**证明  $\tilde{d}$  可以在预定义时间  $T'_{c2}$  内收敛。

选择李雅普诺夫函数  $V_2 = \frac{1}{2} \tilde{d}^T \tilde{d}$

结合式(13)对  $V_2$  求一阶导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\lambda_2 \|\tilde{d}\|^2 - \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \|\varpi\|^{2-\gamma_2} - \\ & \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} 3^{\frac{\gamma_2}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \|\varpi\|^{2+\gamma_2} + \|\dot{\tilde{d}}\| \|\tilde{d}\| \end{aligned} \quad (17)$$

结合杨氏不等式和等效控制原理,不等式(17)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \|\tilde{d}\|^{2-\gamma_2} - \\ & \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} 3^{\frac{\gamma_2}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_2}{2}} \|\tilde{d}\|^{2+\gamma_2} - \\ & \lambda_2 \left( \|\tilde{d}\| - \frac{1}{2\lambda_2} \|\dot{\tilde{d}}\| \right)^2 + \frac{\|\dot{\tilde{d}}\|^2}{4\lambda_2} \end{aligned} \quad (18)$$

选取增益  $\lambda_2 > 0$ , 可得:

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} V_2^{1+\frac{\gamma_2}{2}} - \frac{\pi}{\gamma_2 T_{c2}} V_2^{1+\frac{\gamma_2}{2}} + Y \quad (19)$$

式中:  $Y$  是正常数且  $Y = \frac{\epsilon_2^2}{4\lambda_2}$ 。根据引理2,扰动估计误差  $\tilde{d}$  可以在预定义时间  $T'_{c2}$  内收敛到某个区域内,区域的范围  $\{ \lim_{t \rightarrow T'_{c2}} \tilde{d} \mid V_2 \leq \min\left\{ \left(\frac{2\gamma_2 T_{c2} Y}{\pi}\right)^{\frac{2}{2-\gamma_2}}, \left(\frac{2\gamma_2 T_{c2} Y}{\pi}\right)^{\frac{2}{2+\gamma_2}} \right\} \}$ 。

总结:预定义时间扰动观测器可以在预定义时间  $T_1$  内估计实际扰动。证明成立。

为了减轻符号函数引起的抖振现象,在实验中,用二次分式代替符号函数。例如,  $\rho \text{sign}(x)$  用  $\frac{\rho^2 x}{\rho |x| + \xi}$  代替,其中  $\rho$  是一个自定义系数,  $\xi$  是一个很小的正数。

## 2.2 内环角速度控制器设计

内环角速度控制器跟踪由外环产生的期望角速度  $v_r$ 。定义跟踪误差  $e_v = v - v_r$ , 则误差动态方程为

$$\dot{e}_v = f + bu + d - \dot{v}_r \quad (20)$$

内环角速度控制器设计为

$$u = -\frac{1}{b}(f + \hat{d} - \dot{v}_r) - \frac{1}{b} k \text{sign}(e_v) -$$

$$\frac{1}{b} \frac{\pi}{\gamma_3 T_{c3}} 3^{\frac{\gamma_3}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_3}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_3}(e_v) -$$

$$\frac{1}{b} \frac{\pi}{\gamma_3 T_{c3}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\frac{\gamma_3}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_3}(e_v)$$

(21)

式中:  $k$  是一个正常数且满足  $k \geq \|\tilde{d}\|$ ,  $T_{c3}$  是一个预定义时间常数并满足  $T_{c3} > 0$ ,  $\gamma_3$  满足  $0 < \gamma_3 < 1$ 。

**定理2** 根据四旋翼飞行器动力学方程式(2),采用所提出的控制器式(21),角速度误差  $e_v$  可以在预定义时间  $T_{c3}$  内收敛。

**证明** 选取李雅普诺夫函数  $V_3 = \frac{1}{2} e_v^T e_v$

对  $V_3$  求一阶导得

$$\dot{V}_3 = e_v^T \dot{e}_v \leq -\frac{\pi}{\gamma_3 T_{c3}} (V_3^{1+\frac{\gamma_3}{2}} + V_3^{1-\frac{\gamma_3}{2}}) \quad (22)$$

根据引理1,角速度误差  $e_v$  可以在预定义时间  $T_{c3}$  内收敛。证明成立。

## 2.3 内环角速度控制器设计

外环控制器稳定四旋翼飞行器姿态角。定义姿态跟踪误差  $e_\theta = \theta - \theta_r$ , 其中  $\theta_r$  表示期望的姿态角,则误差动态方程为

$$\dot{e}_\theta = Q(\theta)(v_r + e_v) - \dot{\theta}_r \quad (23)$$

式中:  $v_r$  是控制输入,也是内环控制指令。

控制输入可以写成

$$v_r = -Q^{-1}(\theta) \frac{\pi}{\gamma_4 T_{c4}} 3^{\frac{\gamma_4}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma_4}{2}} \text{sig}^{1+\gamma_4}(e_\theta) -$$

$$\begin{aligned} & Q^{-1}(\Theta) \frac{\pi}{\gamma_4 T_{c4}} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\frac{\gamma_4}{2}} \text{sig}^{1-\gamma_4}(\mathbf{e}_\Theta) + \\ & Q^{-1}(\Theta)(\dot{\Theta}_r - \dot{\mathbf{e}}_\Theta) \end{aligned} \quad (24)$$

式中:  $T_{c4}$  是一个预定义时间常数且满足  $T_{c4} > 0$ ,  $\gamma_4$  是正常数且满足  $0 < \gamma_4 < 1$ 。

**定理 3** 据四旋翼飞行器动力学方程式(2)和角度控制器式(24), 角度误差  $\mathbf{e}_\Theta$  可以在预定义时间  $T_{c4}$  内收敛。

**证明** 选取李雅普诺夫函数  $V_4 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_\Theta^T \mathbf{e}_\Theta$

对  $V_4$  求一阶导得

$$\dot{V}_4 = \mathbf{e}_\Theta^T \dot{\mathbf{e}}_\Theta \leq -\frac{\pi}{\gamma_4 T_{c4}} (V_4^{1+\frac{\gamma_4}{2}} + V_4^{1-\frac{\gamma_4}{2}}) \quad (25)$$

根据引理 1, 姿态跟踪误差  $\mathbf{e}_\Theta$  可以在预定义时间  $T_{c4}$  内收敛。证明成立。

### 3 实验结果及分析

在本节中, 将在 Quanser 三自由度四旋翼飞行器平台上进行实验测试。Quanser 实验平台如图 2 所示。该平台是将 4 个电机和螺旋桨安装在一个圆盘上, 圆盘与一个三自由度旋转关节相连, 螺旋桨推动圆盘在 3 个轴上自由旋转。控制方法的实现和效果的显示都将在计算机上进行, 并分别对电机施加不同的正电压, 使电机旋转并驱动螺旋桨产生推力使圆盘旋转。圆盘在 3 个轴上的旋转角度由电机编码器测量并发送给计算机。计算机配置是 Windows 7 旗舰版, 处理器采用 Intel i5-7500, 340 GHz, 仿真软

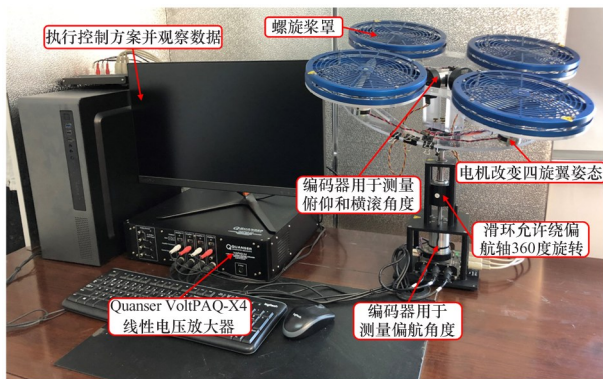


图 2 Quanser 实验平台

件采用 Matlab 2016a / Simulink。此外, 整个控制系统的采样时间设定为 1 ms。

#### 3.1 实验参数设定

为了验证所提控制方案的有效性, 本文进行了 3 种不同控制方案的实验。D1 表示本文所提出的方案, D2 表示非奇异固定时间滑模控制方案<sup>[14]</sup>, D3 表示基于扰动观测器的有限时间控制方案<sup>[23]</sup>。

在 D1 方案中, 辅助方程式(10)中的参数选取为  $\lambda_1 = 1, \gamma_1 = 0.3, T_{c1} = 1$ 。预定义扰动观测器式(12)中的参数选取为  $\lambda_2 = 3, \gamma_2 = 0.3, T_{c2} = 1$ 。角速度控制器式(21)中的参数选取为  $\gamma_3 = 0.8, T_{c3} = 2, k = 3$ , 角度控制器式(24)中的参数选取为  $\gamma_4 = 0.23, T_{c4} = 3$ 。

此外, D2 和 D3 方案中选用的参数与 D1 方案等价。

#### 3.2 实验结果对比及分析

在实验中, 角度和角速度初始状态分别设为  $\Theta = [0, 0, 0]^T$  和  $\mathbf{v} = [0, 0, 0]^T$ , 期望角度设为  $\Theta_r = [10, 10, 10]^T$ 。上述向量表达式中的 3 个量分别代表偏航、俯仰和滚转, 与下文一致。

此外关于四旋翼的物理参数为: 重量  $m = 0.625 \text{ g}$ , 电机与旋转轴的距离  $L = 0.1969 \text{ m}$ , 转动惯量为  $I_{xx} = 0.0552 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{yy} = 0.0552 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{zz} = 0.1104 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

无外部扰动下控制输入如图 3 所示。图 3(a) 表示偏航角控制输入, 图 3(b) 表示偏航角控制输入(局部放大), 图 3(c) 表示俯仰角控制输入, 图 3(d) 表示俯仰角控制输入(局部放大), 图 3(e) 表示横滚角控制输入, 图 3(f) 表示横滚角控制输入(局部放大)。无外部扰动下姿态跟踪轨迹如图 4 所示。

图 4(a) 表示偏航角跟踪轨迹, 图 4(b) 表示俯仰角跟踪轨迹, 图 4(c) 表示横滚角跟踪轨迹。从图 4 可以看出, 本文所提出的 D1 方案收敛速度快于 D2 方案和 D3 方案。从图 4 的放大图可以看出, D1 方案的稳态精度比 D2 方案和 D3 方案更高。并且从图 4 可以看出, D1 方案在图 4(a) 中, 实际姿态在第 1.0 s 时跟踪上了期望姿态, 在图 4(b) 和 (c) 中, 实际轨迹均能在第 2.5 s 时跟踪上了期望姿态, 结果表明 D1 方案可以控制姿态角在所设计的预定义时

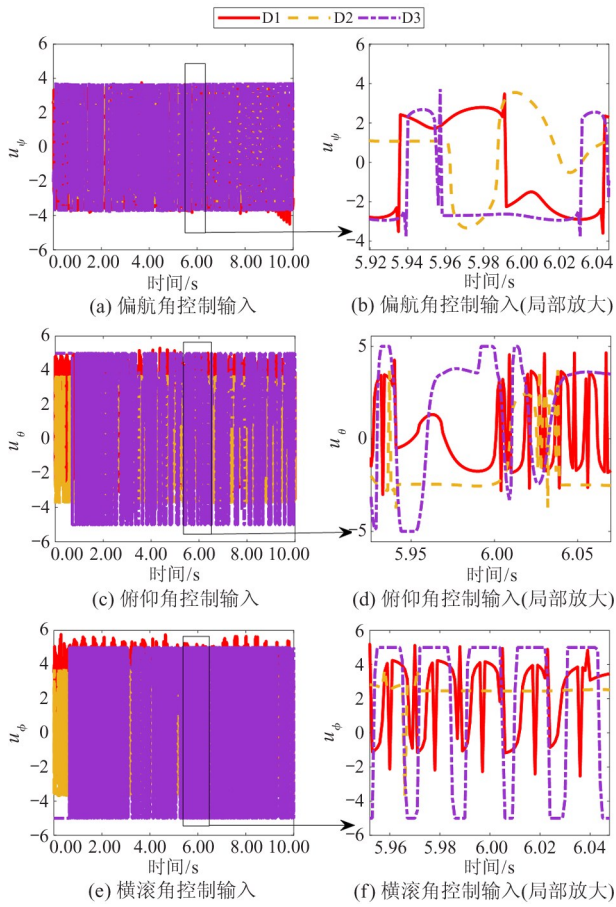


图3 无外部扰动下控制输入

间常数  $T_{c4} = 3.0$  s 内收敛。

实验搭建了一个简易的风扰动平台,如图5所示。它由1个7238自锁螺旋桨、1个无刷电机、1个电子调速器、1个伺服调试器和1个电池组成。该伺服调试器可在  $800 \sim 2\,200 \mu\text{s}$  的脉冲宽度范围内进行脉宽调制(pulse width modulation, PWM)。

该风扰平台可以通过伺服调试器调节 PWM 信号,从而调节电机转速来控制风扰强度,数值越大,风扰越强。在本实验中,为了确保实验的一致性,将风扰动强度固定在  $2\,000 \mu\text{s}$  的水平。

图6为风扰下 D1 方案带和不带预定义时间扰动观测器姿态跟踪轨迹。结果表明,在  $15.0$  s 加入风扰之后,带预定义扰动观测器的方案受到影响较小,说明了所设计的观测器具有一定成效。

图7为风扰下3种方案姿态跟踪轨迹。从图7(a)中可以看出,D1 方案在受到风扰影响时,偏航角受到的影响最小。从图7(b)中可以看出,D1 方案在受到风扰影响时,俯仰角在偏离之后很快进行了修

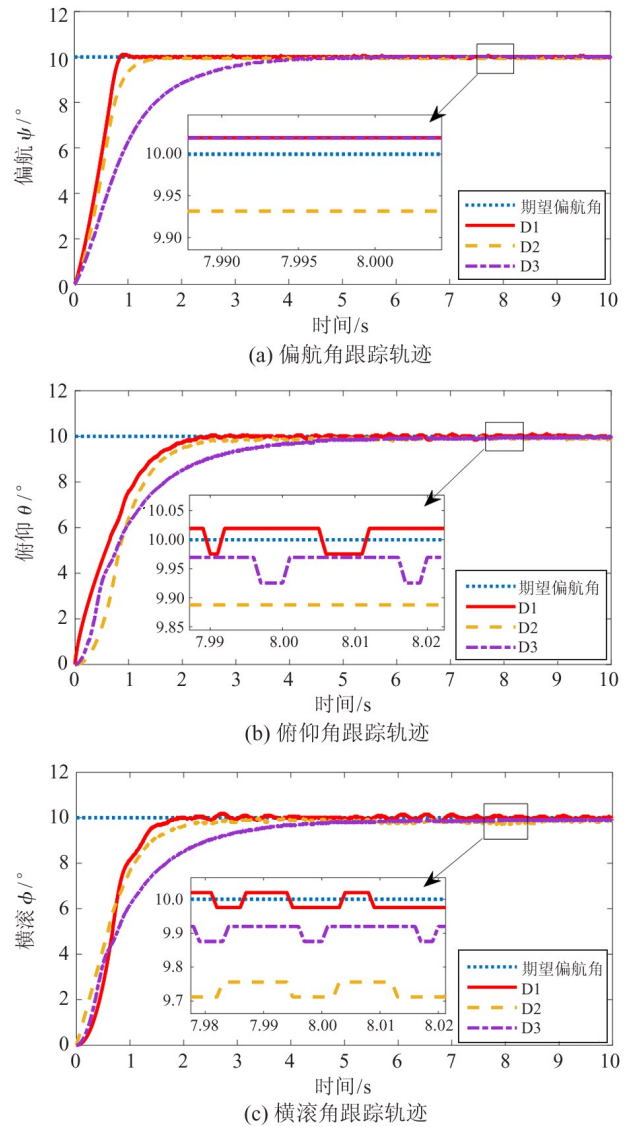


图4 无外部扰动下姿态跟踪轨迹

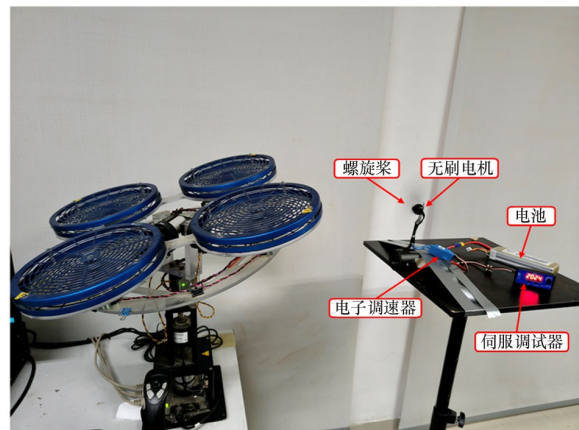


图5 风扰下 Quanser 实验平台

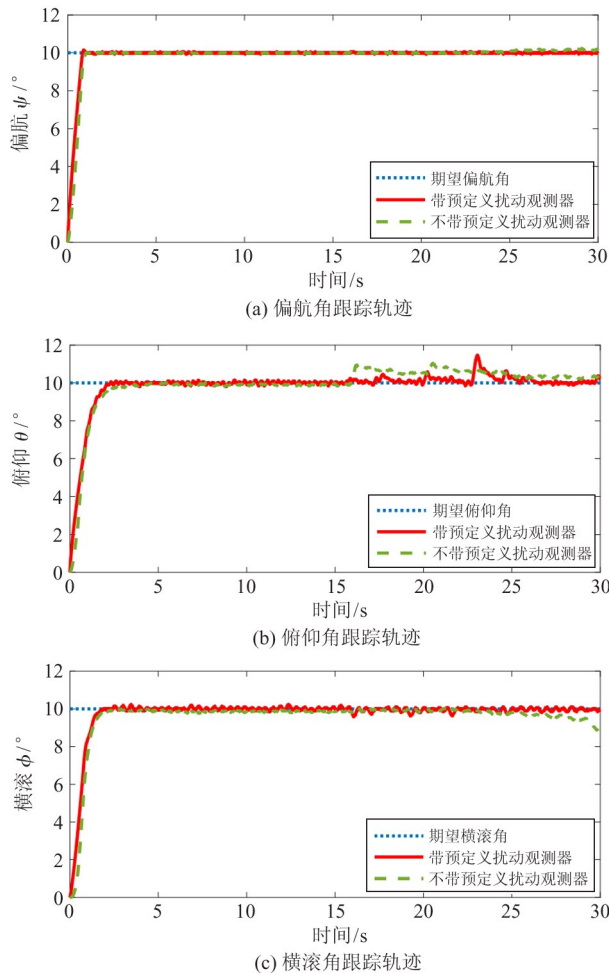


图6 风扰下D1方案带和带不带预定义时间扰动观测器姿态跟踪轨迹(第15s后加入风扰)

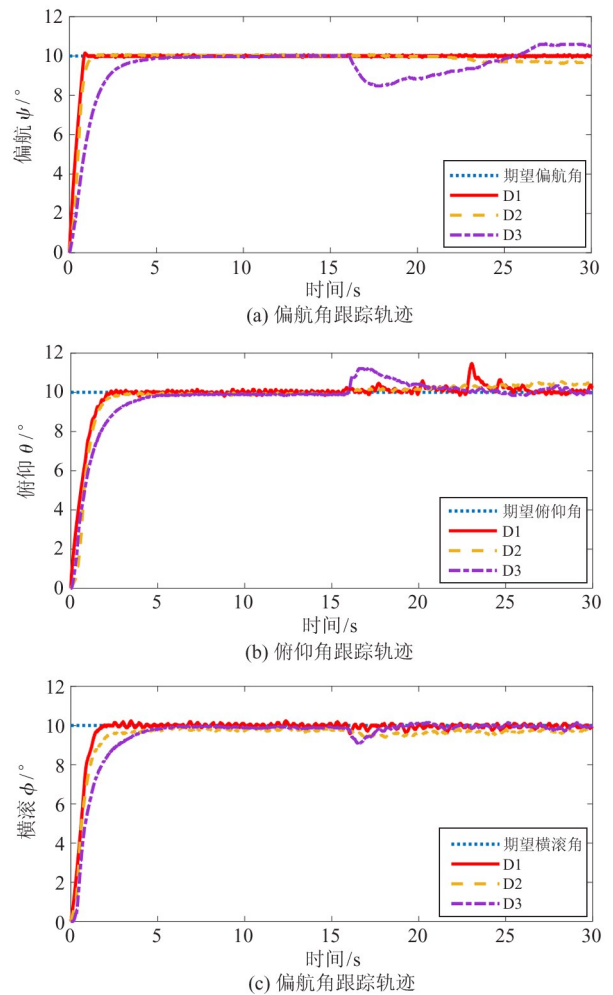


图7 风扰下3种方案姿态跟踪轨迹(第15s后加入风扰)

正,D2方案修正速度较慢,D3方案则产生较大的稳态误差。从图7(c)中可以看出,相较于D2和D3方案,D1方案的横滚角受到扰动影响时没有产生明显的波动。风扰下3种方案均方根误差显示在表1中。

表1 风扰下3种方案均方根误差

| 转轴       | 方案 | 均方根误差   |
|----------|----|---------|
| $\psi$   | D1 | 0.027 1 |
|          | D2 | 0.212 6 |
|          | D3 | 0.814 7 |
| $\theta$ | D1 | 0.285 8 |
|          | D2 | 0.352 4 |
|          | D3 | 0.450 6 |
| $\phi$   | D1 | 0.112 1 |
|          | D2 | 0.368 3 |
|          | D3 | 0.238 5 |

综上所述,本文所提出的基于扰动观测器的预定义时间姿态控制器可以保证四旋翼飞行器姿态在预先设计的预定义时间常数内到达稳态,相比其他2种方案而言收敛速度更快,稳态精度更高。此外,所提方法在外部扰动的作用下,相比于其他2种方案,表现出更为优异的抗扰性能。

## 4 结论

本文研究了存在外部不确定扰动的四旋翼飞行器的姿态跟踪问题。设计了一种预定义时间扰动观测器,可以在预定义时间内估计和补偿外部干扰。此外,由于角速度可测,采用双环控制结构设计了预定义时间控制器,以确保系统在预定时间内收敛。实验结果证实了所提出的控制方案具有令人满意的

性能。基于这些发现,未来的工作将主要集中在提高干扰补偿的速度和开发室外飞行测试平台上。

#### 参考文献

- [ 1 ] Jasim W, Gu D. Robust team formation control for quadrotors[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017,26(4):1516–1523.
- [ 2 ] Lu Q, Ren B, Parameswaran S. Uncertainty and disturbance estimator-based global trajectory tracking control for a quadrotor[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020,25(3):1519–1530.
- [ 3 ] Liu H, Wang X F, Zhong Y S. Quaternion-based robust attitude control for uncertain robotic quadrotors[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015,11(2):406–415.
- [ 4 ] Rosales C, Tosetti S, Soria C, et al. Neural adaptive PID control of a quadrotor using EFK[J]. *IEEE Latin America Transactions*, 2018,16(11):2722–2730.
- [ 5 ] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰 fal 函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用[J]. *控制与决策*, 2018,33(10):1901–1907.
- [ 6 ] Zheng X L, Yang X B, Zhao H, et al. Saturated adaptive-law-based backstepping and its applications to a quadrotor hover[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022,69(12):13473–13482.
- [ 7 ] Lyu X M, Zhou J N, Gu H W, et al. Disturbance observer based hovering control of quadrotor tail-sitter VTOL UAVs using  $H_\infty$  synthesis[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2018,3(4):2910–2917.
- [ 8 ] Zhao B, Xian B, Zhang Y, et al. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014,62(5):2891–2902.
- [ 9 ] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999,7(3):328–342.
- [ 10 ] Yao J, Xin M. Finite-time suboptimal control design for aerobatic maneuver of variable-pitch quadrotor[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023,59(4):3736–3749.
- [ 11 ] Chen Q, Ye Y, Hu Z J, et al. Finite-time approximation-free attitude control of quadrotors: theory and experiments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021,57(3):1780–1792.
- [ 12 ] 呼忠权, 华长春, 张柳柳. 具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制[J]. *控制与决策*, 2022,37(12):3215–3222.
- [ 13 ] 廖卫中, 宗群, 马亚丽. 小型四旋翼无人机建模与有限时间控制[J]. *控制理论与应用*, 2015,32(10):1343–1350.
- [ 14 ] Li H J, Cai Y L. On SFTSM control with fixed-time convergence[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2017,11(6):766–773.
- [ 15 ] Chen Q, Tao M L, He X X, et al. Fuzzy adaptive nonsingular fixed-time attitude tracking control of quadrotor UAVs[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021,57(5):2864–2877.
- [ 16 ] Munoz-Vazquez A J, Sanchez-Torres J D, Jimenez-Rodriguez E, et al. Predefined-time robust stabilization of robotic manipulators[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019,24(3):1033–1040.
- [ 17 ] Xie S Z, Chen Q. Predefined-time disturbance estimation and attitude control for rigid spacecraft[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2024,71(4):2089–2093.
- [ 18 ] 朱官超, 崔国增, 马倩, 等. 四旋翼飞行器预定时间自适应轨迹跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2025,42(3):601–608.
- [ 19 ] Li Q P, Chen Y, Liang K. Predefined-time formation control of the quadrotor-UAV cluster's position system[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2023,116:45–64.
- [ 20 ] Xie S Z, Chen Q, He X X. Predefined-time approximation-free attitude constraint control of rigid spacecraft[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023,59(1):347–358.
- [ 21 ] 赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022,37(9):2201–2210.
- [ 22 ] Lu Y S. Sliding-mode disturbance observer with switching-gain adaptation and its application to optical disk drives[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009,56(9):3743–3750.
- [ 23 ] Chen Z T, Chen Q, Tao M L, et al. Disturbance observer based sliding mode control for rigid spacecraft with fast power reaching law[C]//2017 9th International Conference on Modelling, Identification and Control.

- Kunming, China; IEEE, 2017:606 – 611.
- [24] Liu W, Chen M, Shi P. Fixed-time disturbance observer-based control for quadcopter suspension transportation system[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022,69(11):4632 – 4642.
- [25] Ma D L, Xia Y Q, Shen G H, et al. Practical fixed-time disturbance rejection control for quadrotor attitude tracking[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020,68(8):7274 – 7283.
- [26] Chen J Y, Chen Z Y, Zhang H C, et al. Predefined-time observer-based nonsingular sliding mode control for spacecraft attitude stabilization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024,71(3):1291 – 1295.

## Disturbance observer-based predefined-time attitude tracking control of quadrotors

Zhang Zhihao, Xie Shuzong, Chen Qiang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

### Abstract

In this paper, a disturbance observer-based predefined-time control scheme is proposed for the attitude tracking of quadrotors with the influence of external disturbance. Firstly, a novel predefined-time disturbance observer is constructed to estimate and compensate the external disturbance, thereby improving the disturbance immunity performance and steady-state accuracy of the system. On this basis, a dual-loop predefined-time controller is designed. Compared with the existing predefined-time control schemes, the proposed scheme splits the second-order system into two first-order systems, which avoids the singularity problem arising in the controller design process. The predefined-time disturbance observer is used to compensate for the inner ring to ensure the convergence of the quadrotors' attitude within a predefined time. Finally, the effectiveness and superiority of the algorithm are verified by comparative experiments.

**Key words:** disturbance observer, predefined-time control, quadrotors, attitude tracking